

1994./95. mācību gads

1. kārtā

- 3.1.1.** Kāds ir lielākais iespējamais svētdienu skaits gadā?
- 3.1.2.** Vai uz papīra lapas var izvietot sešus punktus un savienot tos ar nogriežņiem, kuri nekrustojas, tā, lai katrs punkts būtu savienots tieši ar **a)** trijiem, **b)** četriem punktiem?
- 3.1.3.** Zaļais Rūķis visus četrpāru skaitļus, kuru uzrakstīšanai izmantoti tikai cipari 2 vai 4 (var būt tikai viens no tiem), sauc par skaistiem. Cik ir skaisto skaitļu un kāda ir to summa? Savukārt Rozā Rūķītis visus sešpāru skaitļus, kuru uzrakstīšanai izmantoti tikai cipari 2 vai 4, sauc par lieliskajiem. Cik ir lielisko skaitļu un kāda ir to summa?
- 3.1.4.** No pilsētas A uz pilsētu B vienlaicīgi izbrauca motociklists un velosipēdists. Kad velosipēdists bija nobraucis trešo daļu ceļa, viņš apstājās un gaidīja, kamēr motociklistam līdz pilsētai B atliks trešā daļa ceļa. Šajā brīdī velosipēdists sāka braukt atpakaļ uz pilsētu A. Motociklists, aizbraucis līdz pilsētai B, uzreiz apgriezās un brauca atpakaļ uz A. Kurš pirmais nonāks pilsētā A?
- 3.1.5.** Uz tāfeles uzzīmēti 6 kaķīši un 7 sunīši. Ar vienu gājienu drīkst vai nu nodzēst vienu sunīti, vai arī nodzēst divus kaķīšus un to vietā uzzīmēt vienu sunīti. Pierādīt: ja uz tāfeles paliks tikai viens dzīvnieciņš, tad tas noteikti būs sunītis.

2. kārtā

- 3.2.1.** Četras meitenes – Ieva, Santa, Aiga un Liene – piedalījās koncertā, kurā viņas dziedāja. Katru dziesmu dziedāja tieši trīs meitenes. Ieva nodziedāja 8 dziesmas – vairāk nekā citas meitenes, bet Santa – 5 dziesmas, mazāk nekā citas meitenes. Cik dziesmas tika nodziedātas koncertā?
- 3.2.2.** Vairākas kastes kopā sver $10\ t$, pie tam neviena kaste nesver vairāk par $1\ t$. Cik kravas mašīnas var būt izmantojamas, lai vienlaicīgi aizvestu visu kravu, ja vienā mašīnā drīkst likt smagumu, kas nav lielāks par $3\ t$? (Kastu saturu aizliegts pārvietot no vienas kastes otrā.)
- 3.2.3.** Vai skaitli **a)** 23, **b)** 203 var izteikt kā vairāku (vismaz divu) naturālu skaitļu summu tā, lai arī šo pašu skaitļu reizinājums būtu **a)** 23, **b)** 203?
- 3.2.4.** Dotas 25 vienādas apaļas monētas. Vai tās ir iespējams salikt uz galda tā, lai tās negultos cita citai virsū un lai katra monēta pieskartos tieši 3 citām? (Monētas uz galda noliktas ar apaļo virsmu, nevis uz apkārtējās maliņas.)
- 3.2.5.** Taisnstūrī, kura izmēri ir 11×7 rutiņas, atzīmēti vairāki kvadrāti. Katra kvadrāta malas iet pa rutiņu līnijām. Neviena no šiem kvadrātiem pilnīgi nepārklāj citu kvadrātu. Kāds ir lielākais iespējamais atzīmēto kvadrātu skaits?

3. kārtā

- 3.3.1.** Izsaki skaitli $\frac{1}{1995}$, izmantojot tieši četrus skaitļus 1994 un aritmētisko darbību zīmes +; -; \times ; \div (ne obligāti visas)! Pietiek parādīt vienu veidu, kā to izdarīt.
- 3.3.2.** Kā, lokot papīra lapu, kuras izmēri ir $8\frac{1}{2}\text{ cm} \times 11\text{ cm}$, atlikt precīzi 3 cm ? (Izmantot lineālu vai kādas citas palīgierīces nedrīkst.)
- 3.3.3.** Kāds ir mazākais N , lai reizinājums $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot N$ dalītos ar 1995?
- 3.3.4.** Dotas divas riekstu kaudzes. Pirmajā kaudzē ir 995 rieksti, bet otrajā - 1995 rieksti. Vienā gājienā drīkst paņemt jebkuru riekstu daudzumu no vienas kaudzes. Divi spēlētāji gājienus

izdara pārmaiņus. Zaudē tas, kam nav ko ņemt. Kurš no diviem spēlētājiem uzvar pareizi spēlējot: tas, kurš izdara pirmo, vai tas, kurš izdara otro gājienu?

3.3.5. Katram parlamenta loceklim starp pārējiem ir ne vairāk kā trīs ienaidnieki. Pierādi, ka parlamentu var sadalīt divās palātās tā, ka katram parlamentārietim savā palātā būs ne vairāk kā viens ienaidnieks. (Ja A ir ienaidnieks B, tad B ir ienaidnieks A.)

4. kārtā

3.4.1. Viens meistars uz lentas izdara atzīmes ar zilu zīmuli ik pēc 36 cm (pirmo atzīmi viņš izdara, mērot no lentas sākuma). Otrais meistars līdzīgi ar sarkanu zīmuli izdara atzīmes ik pēc 25 cm. Vai var gadīties, ka kādā vietā uz lentas zilā atzīme būs 1 cm attālumā no kādas sarkanās atzīmes? Pieņemam, ka lenta ir cik patīk gara.

3.4.2. a) Pierādi, ka starp skaitļiem no 1 līdz 46 var atrast 10 tādus skaitļus, ka jebkuru divu starpība dalās ar 5!

b) Pierādi, ka starp patvaļīgiem 46 skaitļiem var atrast 10 tādus skaitļus, ka jebkuru divu skaitļu starpība dalās ar 5!

3.4.3. Pierādi, ka katrā kompānijā noteikti var atrast divus cilvēkus, kuriem šajā kompānijā ir vienāds paziņu skaits! (Ja A pazīst B, tad B pazīst A.)

3.4.4. Izkrāso plakni trijās krāsās tā (jāizmanto visas trīs krāsas), lai uz katras taisnes būtu ne vairāk kā divas krāsas!

3.4.5. Kastītē ir dažādu garumu un dažādu krāsu zīmuļi. Pierādi, ka starp šiem zīmuļiem noteikti var atrast divus zīmuļus, kuriem ir gan atšķirīga krāsa, gan atšķirīgs garums!

5. kārtā

3.5.1. Četri zēni - Aldis, Pēcis, Didzis un Mārcis sacentās skriešanā. Nākamajā dienā uz jautājumu, kurš ieņēmis kādu vietu, sekoja šādas atbildes:

Aldis: "Es nebiju ne pirmais, ne arīdzan pēdējais."

Pēcis: "Es nebiju pēdējais."

Didzis: "Es biju pirmais."

Mārcis: "Es biju pēdējais."

Ir zināms, ka trīs zēni runāja taisnību, bet viens zēns meloja. Kurš zēns meloja? Kurš uzvarēja sacensībās?

3.5.2. Paklājā, kura izmēri ir 4×4 metri, kodes izgauzušas 15 punktveida caurumus. Vai no šī paklāja noteikti varēs izgriezt mazāku paklāju ar izmēriem 1×1 metri, kurš nebūs bojāts? (Kvadrāts, kurā caurumiņi izgauzti tikai uz malas, neskaitās bojāts.)

3.5.3. Cik ir tādu desmitciparu skaitļu, kuru pieraksts sastāv no cipariem 2 un 5, pie tam divi divnieki nevienā vietā neatrodas blakus?

3.5.4. Kāds mazākais taisnu griezienu skaits jāizdara, lai kubu 3×3×3 sagrieztu 27 mazākos kubiņos 1×1×1? (Pēc katra griezienu kuba daļas drīkst pārvietot.)

3.5.5. Plakne sadalīta kvadrātos tāpat kā rūtiņu lapa. Kvadrātiņa malas garums ir 1 metrs. Pa rūtiņu līnijām novilkta slēgta lauza līnija, kura sevi nekrusto, un uz tās uzcelta augsta siena. Blakus sienai stāv rūķītis ar sarkanu cepuri. Viņa augums ir daudz mazāks par sienas augstumu. Rūķītis ir tuvredzīgs un redz tikai 1 m attālumā. Kā rūķītis var uzzināt, vai viņš atrodas ārpus sienas vai tās iekšpusē? Sienas forma un izmēri rūķītim nav zināmi. (Rūķītis prot skaitīt.)