

ĀTRISINĀJUMI

1996./97. mācību gads

I. kārtā

5.1.1. **Atbilde:** $83-26=57$.

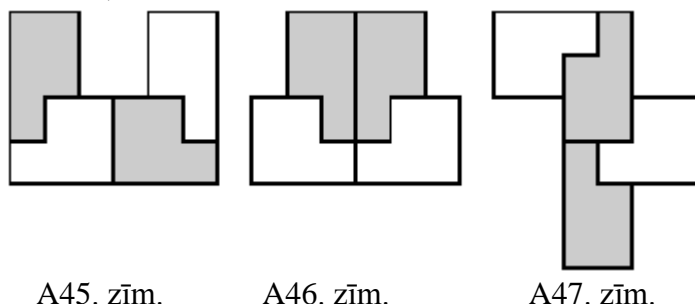
Risinājums. Dotajā piemērā samainīt vietām divus klucīšus iespējams 15 dažādos veidos:

5 veidi tiks iegūti, pirmo klucīti „7” samainot ar jebkuru no 5 pārējiem klucīšiem,
 4 citas izteiksmes tiks iegūtas otro klucīti „3” samainot ar 4 citiem klucīšiem „2”, „6”, „5”
 vai „8” (samainot „3” ar „7”, tiks iegūts tas pats variants, kas jau tika iegūts, mainot pirmo klucīti),
 3 jaunus variantus iegūsim, „2” samainot ar „6”, „5” vai „8”,
 2 citas izteiksmes tiks iegūtas „6” samainot ar „5” vai „8” un
 vēl 1 neapskatīta iespēja ir „5” samainīt ar „8”.

Apskatot visas šīs iespējas, redzam, ka pareiza vienādība tiek iegūta tikai vienā gadījumā.

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) $37-26 \neq 58$; | 6) $72-36 \neq 58$; | 10) $73-62 \neq 58$; | 13) $73-25 \neq 68$; |
| 2) $23-76 \neq 58$; | 7) $76-23 \neq 58$; | 11) $73-56 \neq 28$; | 14) $73-28 \neq 56$; |
| 3) $63-27 \neq 58$; | 8) $75-26 \neq 38$ | 12) $73-86 \neq 52$; | |
| 4) $53-26 \neq 78$; | 9) $78-26 \neq 53$; | | 15) $73-26 \neq 85$. |
| 5) $83-26=57$; | | | |

5.1.2. **Atbilde:** skat. A45., A46. un A47. zīm.



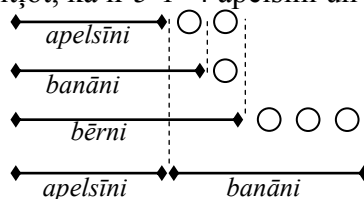
A45. zīm.

A46. zīm.

A47. zīm.

5.1.3. **Atbilde:** mamma nopirka 4 apelsīnus un 5 banānus, šos augļus ēda 6 bērni.

Risinājums. No uzdevuma nosacījumiem seko, ka bērnu ir par 2 vairāk nekā apelsīnu un par 1 vairāk nekā banānu, un bērnu ir par 3 mazāk nekā augļu kopā; dotās sakarības shematiski attēlotas A48.zīm. Redzam, ka apelsīnu un banānu kopā ir tik pat, cik apelsīnu kopā ar vēl $2+3=5$ augļiem, tātad ir 5 banāni. Tālāk varam izskaitļot, ka ir $5-1=4$ apelsīni un $5+1=6$ bērni.



A48. zīm.

5.1.4. **Risinājums.**

a) Apskatīsim, kāda ir divu naturālu skaitļu summa atkarībā no saskaitāmo paritātes. (Naturāls skaitlis ir pāra skaitlis, ja tas dalās ar 2, tātad vispārīgā veidā pāra skaitli var uzrakstīt formā $2k$, kur k ir naturāls skaitlis; k var būt gan pāra, gan nepāra. Savukārt nepāra skaitlis, dalot ar 2, dod atlikumu 1, tāpēc to var uzrakstīt formā $2k+1$, k ir naturāls skaitlis vai 0.)

• Ja abi saskaitāmie ir pāra skaitļi $2k$ un $2n$ (k un n naturāli skaitļi), tad to summa ir $2k + 2n = 2(k + n)$ – pāra skaitlis.

• Ja abi saskaitāmie ir nepāra skaitļi $2k+1$ un $2n+1$ (k un n naturāli skaitļi, n var būt arī 0), tad to summa $(2k+1) + (2n+1) = 2k + 2n + 2 = 2(k+n+1)$ arī ir pāra skaitlis.

• Ja viens saskaitāmais ir pāra skaitlis $2k$ un otrs ir nepāra skaitlis $2n+1$ (k un n – naturāli skaitļi), tad to summa $2k + (2n+1) = 2k + 2n + 1 = 2(k+n) + 1$ ir nepāra skaitlis.

Redzam, ka divu naturālu skaitļu summa ir nepāra skaitlis tikai tādā gadījumā, ja viens no saskaitāmajiem ir pāra skaitlis un otrs – nepāra skaitlis, Tātad viens no šiem skaitļiem dalās ar 2, līdz ar to abu skaitļu reizinājums arī dalīsies ar 2 un būs pāra skaitlis.

b) Starp dotajiem 1996 skaitļiem vismaz viens skaitlis noteikti ir pāra skaitlis. Ja tā nebūtu, tad visi 1996 skaitļi būtu nepāra skaitļi. Tā kā jebkuru divu nepāra skaitļu summa ir pāra skaitlis, tad visu 1996 nepāra skaitļu summa arī būs pāra skaitlis – visus 1996 nepāra skaitļus var sadalīt 998 grupiņās pa 2 skaitļiem, katrā grupiņā skaitļu summa ir pāra skaitlis, un 998 pāra skaitļu summa ir pāra skaitlis.

Tā kā starp dotajiem skaitļiem ir **vismaz viens** pāra skaitlis, tad visu šo skaitļu reizinājums arī būs pāra skaitlis.

Piezīme. Šajā uzdevumā pamatoto faktu var vispārināt: *pāra skaita nepāra skaitļu summa ir pāra skaitlis.*

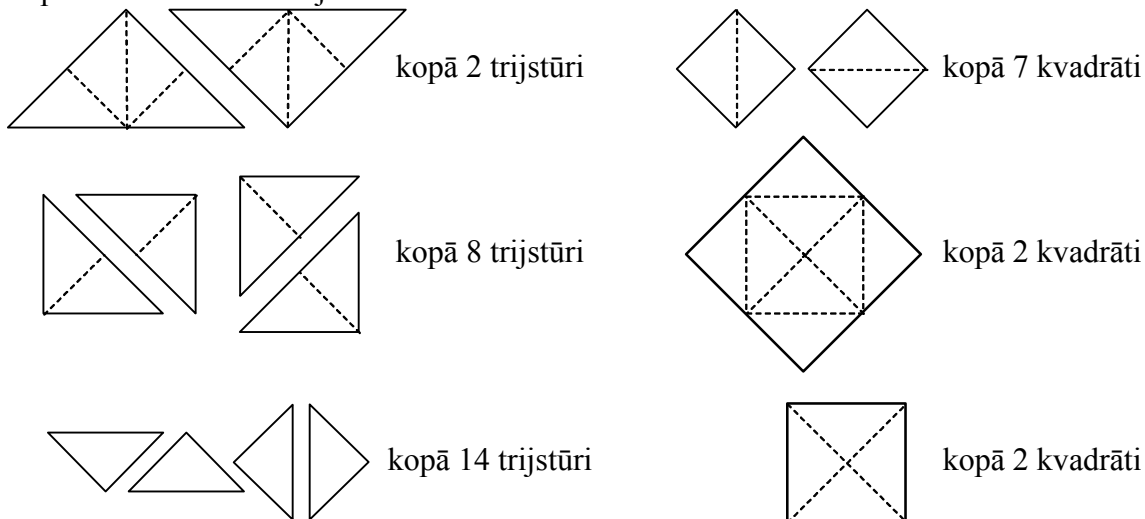
5.1.5. Atbilde: Cipcap mežā dzīvo ne vairāk kā 36 rūķīši.

Risinājums. Apzīmēsim viena rūķīša vestīšu skaitu ozolkoka skapī ar o , bērza skapī – ar b un riekstkoka skapī – ar r . Tā kā katram rūķītim ir tieši 10 vestītes, tad $o + b + r = 10$. Riekstkoka skapī ir r vestītes, tāpēc abos pārējos skapjos ir $o + b = 10 - r$ vestītes. Tā kā katrā skapī ir vismaz 1 vestīte, tad ozolkoka skapī var būt 1, 2, ..., $10 - r - 1 = 9 - r$ vestītes. Bērza skapī glabāsies visas atlikušās vestītes, tātad ozola un bērza skapjos kopā esošo vestīšu skaitu o un b var izvēlēties $9 - r$ veidos. Riekstkoka skapī var glabāties 1 vestīte ($r=1$), 2, 3, 4, 5, 6, 7 vai 8 vestītes. Vairāk nekā 8 vestītes riekstkoka skapī nevar glabāties, jo mazākais skaits vestīšu ozola un bērza skapjos var būt $1+1=2$, un $10 - 2 = 8$ ir lielākais iespējamais vestīšu skaits riekstkoka skapī. Ja riekstkoka skapī ir 1 vestīte, tad pārējos skapjos esošo vestīšu skaitu var izvēlēties $9-1=8$ veidos, t.i., ne vairāk kā 8 rūķīšiem riekstkoka skapī var būt tieši 1 vestīte, ja $r=2$, tad ne vairāk kā $9-2=7$ rūķīšiem riekstkoka skapī var būt tieši 2 vestītes, ..., ja $r=8$, tad ne vairāk kā $9-8=1$ rūķītim riekstkoka skapī var būt 8 vestītes. Tātad mežā pavisam var dzīvot ne vairāk kā $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ rūķīši.

2. kārta

5.2.1. Atbilde: zīmējumā redzami 11 kvadrāti un 24 trijstūri.

Risinājums. A49. zīmējumā attēlots, kādi un cik kvadrāti un trijstūri redzami 7. zīmējumā. Tātad kopā ir $14+8+2=24$ trijstūri un $7+2+2=11$ kvadrāti.



A49. zīm.

5.2.2. Atbilde: 7 veidos.

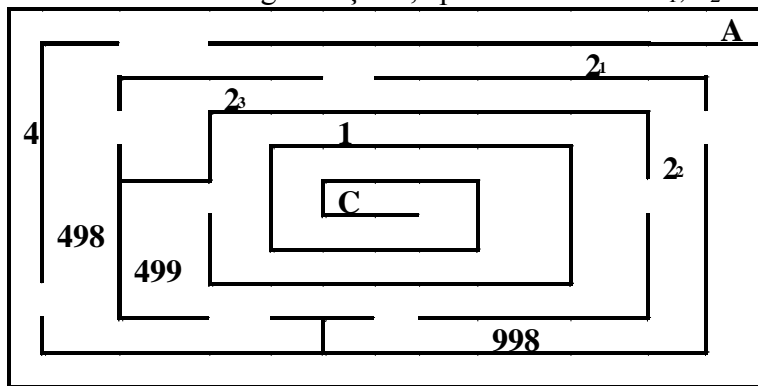
Risinājums. Skaitli 1996 kā doto skaitļu reizinājumu var izteikt sekojoši:

$$1996=4\cdot 499(\cdot 1)$$

$$1996=2\cdot 2\cdot 499(\cdot 1)$$

$$1996=2\cdot 998(\cdot 1).$$

Tā kā labirintā ir trīs maisi ar 2 dārgakmeņiem, apzīmēsim tos ar 2_1 , 2_2 un 2_3 (skat. A50.zīm.).



A50. zīm.

Alise nedrīkst iet pa ceļa posmu, kurā atrodas maisis ar 498 dārgakmeņiem (jo 1996 nedalās ar 498 bez atlikuma).

Savākt tikai maisus ar 2 un 998 dārgakmeņiem un nokļūt C Alisei arī neizdosies, jo tad ir jāiet vēl vismaz gar maisu ar 499 vai gar maisu ar 1 dārgakmeni. Bet pāiet maisiem garām, tos nesavācot, Alise nedrīkst.

Savākt maisus ar 1, 2 un 998 dārgakmeņiem Alise var 3 veidos (vienreiz ņemot maisu 2_1 , otrreiz ejot caur 2_2 , bet trešoreiz savācot maisu 2_3).

Labirintā ir 1 maisis ar 4 un viens maisis ar 499 dārgakmeņiem, tātad $1996=4\cdot 499$ Alise var realizēt tikai vienā veidā. Savākt maisus ar 4, 499 un 1 dārgakmeni Alisei neizdosies, jo, lai nokļūtu centrā, vēlreiz būs jāšķērso ceļa posms, kur ir maisis ar 499 dārgakmeņiem, bet tas nav atļauts.

Kā jau redzējām iepriekš, vienā gājienā savākt maisus ar 499 un 1 dārgakmeni Alisei neizdosies, tātad nevarēs arī savākt reizē maisus ar 2, 499 un 1 dārgakmeni. Savukārt savākt maisus ar 499, 2 un 2 dārgakmeņiem var 3 dažādos veidos:

- 1) savācot maisus $2_1, 2_2$ un 499;
- 2) savācot maisus $2_3, 2_1$ un 499;
- 3) savācot maisus $2_3, 2_2$ un 499.

Esam aplūkojuši visas iespējas, kā Alise var iziet cauri labirintam, izpildot nosacījumus. Tātad šo labirintu var iziet $3+1+3=7$ dažādos veidos.

5.2.3. **Atbilde:** $a=3$.

Risinājums. Pārveidosim doto vienādību:

$$5a^2 - 3 = 14a$$

$$5a^2 - 14a = 3$$

$$a(5a - 14) = 3$$

Tā kā a ir vesels skaitlis, tad arī $5a-14$ ir vesels skaitlis. Skaitli 3 kā veselu skaitļu reizinājumu var izteikt 4 veidos:

$$3 = 1 \cdot 3 = 3 \cdot 1 = (-1) \cdot (-3) = (-3) \cdot (-1)$$

Tātad ir jāizpildās vienai no četrām iespējām:

I $a=1$ un $5a-14=3$, bet $5 \cdot 1 - 14 \neq 3$, tātad $a \neq 1$

II $a=3$ un $5a-14=1$; $5 \cdot 3 - 14 = 1$, tātad $a=3$ der.

III $a=-1$ un $5a-14=-3$, bet $5 \cdot (-1) - 14 \neq -3$, tātad $a \neq -1$

IV $a=-3$ un $5a-14=-1$, bet $5 \cdot (-3) - 14 \neq -1$, tātad $a \neq -3$.

Redzam, ka vienīgā a vērtība, kas apmierina doto vienādību un ir vesels skaitlis, ir 3.

5.2.4. **Atbilde:** Jānītis bija uzzīmējis lielāku kvadrātu nekā Pēterītis.

Risinājums. Apzīmēsim ar a Jānīša sākotnējā kvadrāta malas garumu, ar b – Pēterīša sākotnējā kvadrāta malas garumu. Tad Jānīša kvadrāta laukums bija a^2 , bet Pēterīša kvadrāta laukums bija b^2 . Pēc samazināšanas Jānītis ieguva kvadrātu ar malas garumu $a - 0,2a = 0,8a$ un laukumu $(0,8a)^2 = 0,64a^2$, bet Pēterītis ieguva kvadrātu ar laukumu $b^2 - 0,21b^2 = 0,79b^2$. Tā kā jauniegūtie kvadrāti ir vienādi, tad arī to laukumi ir vienādi:

$$0,64a^2 = 0,79b^2$$

Izdalīsim vienādības abas puses ar 0,64:

$$a^2 = (0,79 : 0,64)b^2$$

$$a^2 = \frac{79}{64}b^2 = 1\frac{15}{64}b^2 > b^2$$

No pēdējās izteiksmes redzams, ka Jānīša sākotnējā kvadrāta laukums bija lielāks nekā Pēterīša sākotnējā kvadrāta laukums, tātad Jānītis sākumā bija uzzīmējis lielāku kvadrātu.

5.2.5. **Atbilde:** Lattelekom Tālo Runu zemē nomainīja ne vairāk kā 648 numurus.

Risinājums. Lattelekom Tālo Runu zemē varēja nomainīt augstākais tik numurus, cik ir piecciparu "simetriskie" skaitļi, kam tieši trīs cipari ir dažādi. Saskaitīsim, cik šādi skaitļi ir.

Pirmais cipars šādā skaitlī nevar būt 0, tātad tas var būt 1, 2, 3, ..., 9, pavisam 9 dažādi cipari. Otrais cipars nevar būt vienāds ar pirmo, bet var būt 0, tātad katram jau izvēlētam pirmajam ciparam otro var izvēlēties 9 veidos. Trešais cipars nevar būt vienāds ne ar pirmo, ne ar otro ciparu, tātad to var piemeklēt 8 veidos katrai pirmo divu ciparu izvēlei. Tātad pirmos trīs ciparus var izvēlēties $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ veidos. Tā kā numuri ir simetriski, tad ceturtais un piektais cipars ir viennozīmīgi noteikti ar otro un pirmo ciparu. Noskaidrojot, cik dažādos veidos var izvēlēties pirmos trīs ciparus, esam arī uzzinājuši, cik pavisam ir simetrisku piecciparu skaitļu ar trīs dažādiem cipariem; to ir 648.

Tā kā nomainītie numuri bija tikai aprakstītā veida skaitļi, tad nomainīto numuru nevar būt vairāk nekā ir šādu skaitļu, t.i., tika nomainīti ne vairāk kā 648 numuri (nevar noteikt, cik tieši numuri nomainīti, jo uzdevumā nekas nav teikts, vai **visi** minētā veida skaitļi atbilst kāda abonementa numuram).

3. kārtā

5.3.1. Atbilde: kaudzē bija 6 peles.

Risinājums. Pieņemsim, ka sākumā kaudzē bija x peles. Ieraudzījušas Anniņu paslēpās $\frac{1}{2}x$ peles, kokā uzrāpās $\frac{1}{6}$ no x jeb $\frac{1}{6}x$ peles, arī zemē ierakās $\frac{1}{6}x$ peles. Tātad kaudzē bija

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}x + 1 = \frac{5}{6}x + 1$$

peles jeb

$$\frac{5}{6}x + 1 = x$$

$$x - \frac{5}{6}x = 1$$

$$\frac{1}{6}x = 1$$

$$x = 6.$$

Pārbaude. Ja kaudzē bija 6 peles, tad paslēpās un 3 peles, kokā uzrāpās 1 pele un zemē ierakās 1 pele. Tātad uz ceļa palika $6 - 3 - 1 - 1 = 1$ pele, kas saskan ar uzdevuma nosacījumiem.

5.3.2. Atbilde: skat., piemēram, A51. zīmējumu.

3	6	3	0	0	0	4	6
6	4	3	6	0	0	2	0
4	3	6	5	0	2	2	2
4	3	6	0	1	1	1	3
4	6	3	5	1	1	1	4
6	1	2	5	5	5	5	5
2	2	4	4	2	1	5	3

A51. zīm.

5.3.3. Atbilde: 720 dienās Štapseļu ģimene saslēgs savas elektroierīces visos iespējamajos veidos.

Risinājums. Štapseļu ģimenes dzīvoklī ir 6 rozetes, izvietotas taisnā rindā, un 6 elektroierīces, kas visas ir jāsaslēdz šajās rozetēs. Tātad mums ir jāaprēķina, cik dažādos veidos var rindā izvietot 6 dažādus priekšmetus.

Pirmajā rozetē var tikt ieslēgta viena no sešām ierīcēm. Otrajā rozetē var ieslēgt jebkuru no 5 atlikušajām ierīcēm (to, kas ieslēgta pirmajā rozetē, otrajā ieslēgt nevar). Tātad pirmajās divās rozetēs varam ieslēgt ierīces $6 \cdot 5 = 30$ veidos. Katram no šiem veidiem trešajā rozetē varam ieslēgt kādu no 4 atlikušajām ierīcēm (divas ierīces jau ieslēgtas pirmajā un otrajā rozetē). Līdzīgi varam izpriest, ka ceturtajā rozetē var ieslēgt jebkuru no 3 atlikušajām ierīcēm, piektajā rozetē jebkuru no 2 atlikušajām ierīcēm un sestajā rozetē atlikušo vienu ierīci. Tātad 6 ierīces 6 rozetēs varam saslēgt

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6! = 720$ dažādos veidos. Tas nozīmē, ka Štepselu ģimenei būs vajadzīgas 720 dienas (gandrīz 2 gadi), lai visas elektroierīces būtu saslēgtas visos iespējamajos veidos.

5.3.4. Risinājums. Apskatīsim A52. zīmējumu.

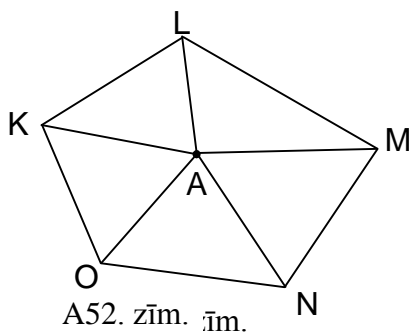
Rūķītis Strīpainā Zeķe apgalvo, ka viņš var jebkura piecstūra, tātad arī piecstūra KLMNO iekšpusē izvēlēties tādu punktu A, ka $\angle KAL = \angle LAM = \angle MAN = \angle NAO = \angle KAO = 90^\circ$. Tātad Strīpainā Zeķe apgalvo, ka eksistē tāds punkts A, ka

$$\angle KAL + \angle LAM + \angle MAN + \angle NAO + \angle KAO = 5 \cdot 90^\circ = 450^\circ.$$

Bet piecu leņķu, kas veidojas, kādu punktu piecstūra iekšpusē savienojot ar piecstūra virsotnēm, summa ir pilns leņķis – tieši 360° liels. Tātad jābūt

$$\angle KAL + \angle LAM + \angle MAN + \angle NAO + \angle KAO = 360^\circ.$$

Bet $360^\circ \neq 450^\circ$, tātad tāds punkts A piecstūra iekšpusē neeksistē un taisnība ir rūķītim Lielā Cepure.



5.3.5. Atbilde: Jānim bija 16 ha sējumu un ražība 51 cnt/ha; Pēterim – 8 ha sējumu un ražība 34 cnt/ha; Andrim – 20 ha sējumu un ražība 40,8 cnt/ha.

Risinājums. Apzīmēsim Jāņa lauka platību ar x ha un ražību ar y cnt/ha. Uzdevumā dotos lielumus un sakarības apkoposim tabulā:

	platība (ha)	ražā (cnt)	ražība (cnt/ha)
Jānim	x	xy	y
Pēterim	$0,5x$	$xy:3=272$	
Andrim		xy	$0,8y$
kopā	44		

Tā kā $ražā = platība \cdot ražība$, tad $platība = ražā : ražība$. Tāpēc Andra lauku platība ir $xy : (0,8y) = x : 0,8 = 1,25x$.

Tāpēc visu lauku kopējā platība ir $x + 0,5x + 1,25x = 2,75x = 44$,

no kurienes iegūstam, ka

$$x = 44 : 2,75 = 16 \text{ (ha)}.$$

No vienādības $xy:3=272$ iegūstam $xy=272 \cdot 3=816$, no kurienes savukārt var aprēķināt $y = 816 : x = 816 : 16 = 51 \text{ (cnt / ha)}$.

Tagad bez grūtībām var aprēķināt pārējos lielumus.

Pētera lauka platība ir $0,5 \cdot 16 \text{ ha} = 8 \text{ ha}$ un ražība – $272 \text{ cnt} : 8 \text{ ha} = 34 \text{ cnt/ha}$, bet Andra lauks aizņem $44 - 16 - 8 = 20 \text{ ha}$ un ražība bija $0,8 \cdot 51 \text{ cnt/ha} = 40,8 \text{ cnt/ha}$.

4. kārta

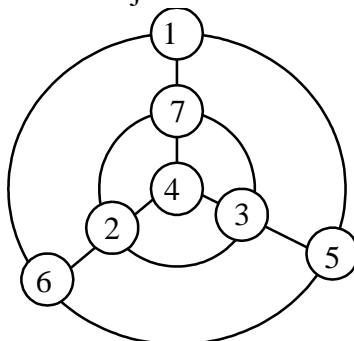
5.4.1. Atbilde:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 1\ 6\ 0\ 0\ 8\ 7\ 4 \\ -\ 8\ 5\ 1\ 3\ 2\ 7 \\ \hline 7\ 4\ 9\ 5\ 4\ 7 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \text{b) } \quad 6\ 6 \\ \quad 1\ 1\ 1 \\ \hline \quad 6\ 6 \\ \quad 6\ 6 \\ \hline 6\ 6 \\ \hline 7\ 3\ 2\ 6 \end{array}$$

Risinājums. a) Mazināmā pēdējais cipars ir 4, jo $7+7=14$. Tātad 1 desmitu “aizņemamies” no 7 desmitiem, tātad mazinātāja desmitu cipars ir $7-1-4=2$. Starpības simtu cipars ir $8-3=5$. Tā kā $5+4=9$, bet mazināmajā atbilstošais cipars ir 0, tad, atņemot tūkstošus, vienu desmittūkstoši esam “aizņēmušies” no 0, jeb no 10 desmittūkstošiem; tātad mazināmajā paliek 5 simttūkstoši, 9 desmittūkstoši un $10+x$ tūkstoši (x - tūkstošu cipars mazināmajā). Mazinātājā ir 1 tūkstotis, tātad $x=0$. (Ja $x \geq 1$, tad nebūtu “jāaizņemas” 1 no nākamās šķiras.) Tātad starpībā ir $10-1=9$ tūkstoši. Mazināmā pirmais cipars var būt tikai 1, tātad mazinātāja pirmais cipars ir $15-7=8$.

b) Tā katrs starpreizinājums ir divciparu skaitlis, tad otra reizinātāja visi cipari var būt tikai 1; ja kaut viens no tiem būtu $a \geq 2$, tad, reizinot to ar pirmo reizinātāju $x=6 \star \geq 60$, reizinājumā iegūtu skaitli $a \cdot x \geq 2 \cdot 60 = 120$, tātad trīsciparu skaitli. Visa reizinājuma pēdējais cipars ir vienāds ar pirmā starpreizinājuma pēdējo ciparu, tāpēc tas arī ir 6. Bet pirmais starpreizinājums ir $1 \cdot 6 \star = \star 6$, tātad pirmais reizinātājs ir 66. Atliek sareizināt 66 ar 111, un būsīm atjaunojuši arī Jānīša mājasdarba otro piemēru.

5.4.2. Atbilde: skat., piemēram, A53. zīmējumu.



A53. zīm.

Risinājums. Zīmējumā ir 2 riņķa līnijas, kuras satur 6 aplišus, un vēl paliek vidējais aplītis. Tā kā uz katras riņķa līnijas esošo trīs skaitļu summa ir 12, tad varam aprēķināt, kāds skaitlis ir vidējā aplītī.

Visu skaitļu no 1 līdz 7 summa ir $1+2+3+4+5+6+7=28$; uz abām riņķa līnijām esošo skaitļu summa ir $12+12=24$, tātad vidējā aplītī ir skaitlis $28-24=4$. Pārējos skaitļus ierakstām tā, lai izpildītos nosacījumi. Viens atrisinājums ir redzams A55. zīmējumā.

5.4.3. Risinājums. Uzdevuma autorēm ir zināmi 83 skaitļi, kurus var izteikt, izmantojot piecus pieciniekus, aritmētiskās darbību zīmes un iekavas. Mazākais no tiem, protams, ir skaitlis 1:

$$1 = 55 : 5 - 5 - 5,$$

bet lielākais – 55555.

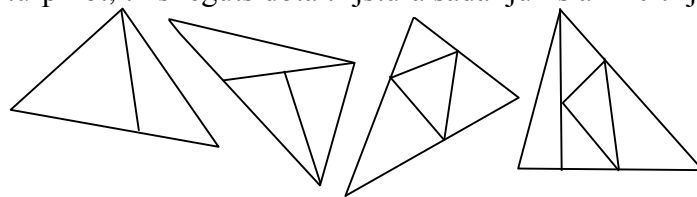
Lielāku skaitli nekā 55555 uzdevumā aprakstītajā veidā iegūt nevar, jo, vislielāko rezultātu varam iegūt, lietojot tikai reizināšanas operāciju. Pārbaudot visas iespējas, redzam, ka nākamais lielākais iegūstamais skaitlis ir tikai 30525.

$$\begin{aligned}
5555 \cdot 5 &= 27775, \\
555 \cdot 55 &= 30525, \\
555 \cdot 5 \cdot 5 &= 13875, \\
55 \cdot 55 \cdot 5 &= 15125, \\
55 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 &= 6875 \\
5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 &= 3125
\end{aligned}$$

5.4.4. Atbilde. Kā trijstūri var sadalīt 2, 3, 4 un 5 trijstūros, parādīts A54. zīmējumā.

Risinājums. Pieņemsim, ka trijstūris ir sadalīts n trijstūros. Tā kā trijstūri var sadalīt 2 trijstūros, tad, vienu no šiem n trijstūriem sadalot 2 trijstūros, sākotnējais trijstūris tiks sadalīts jau $n + 2 - 1 = n + 1$ trijstūros (ir jāatņem tas trijstūris, kuru sadalām 2 trijstūros). Tātad, ja trijstūri var sadalīt n trijstūros, tad to var sadalīt arī $n + 1$ trijstūrī.

A54. zīmējumā redzams, ka patvaļīgu trijstūri var sadalīt 5 trijstūros. Tātad to var sadalīt arī 6 trijstūros. Kādu no iegūtajiem trijstūrīšiem sadalot divos trijstūros, tiks iegūtas 7 daļas – trijstūri, un, tādā veidā pakāpeniski turpinot, tiks iegūts dotā trijstūra sadalījums arī 10 trijstūrīšos.



A54.zīm. m.

Piezīme. Šī uzdevuma risinājumā izmantotā spriedumu gaita būtībā ir *matemātiskā indukcija* (skat. 10.lpp.): mēs tieši pārbaudījām, ka iespējams jebkuru trijstūri sadalīt 2 trijstūros, kā arī parādījām, kā katrā situācijā rīkoties, lai sadalījumā iegūtu tieši par vienu trijstūri vairāk, un pamatojām, ka tas vienmēr ir iespējams.

5.4.5. Atbilde: otrajā grupā bija 6 cilvēki.

Risinājums. Ieviesīsim jēdzienu pārtikas vienība – pārtikas daudzums, kas nepieciešams vienam cilvēkam vienā dienā. Tā kā tūristu grupā bija 9 cilvēki un līdzpaņemtās pārtikas viņiem pietiktu 5 dienām, tad viņu proviants sastāvēja no $9 \cdot 5 = 45$ pārtikas vienībām.

Ar x apzīmēsim cilvēku skaitu otrajā grupā. Tātad kopā bija $9 + x$ tūristi, kuriem ar 45 pārtikas vienībām pietika 3 dienām. Tas nozīmē, ka

$$\begin{aligned}
(9+x) \cdot 3 &= 45 \\
9+x &= 45 : 3 = 15 \\
x &= 15 - 9 = 6 \text{ (cilvēki otrā grupā)}.
\end{aligned}$$