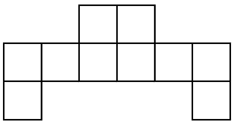
Jauno matemātiķu konkurss 2004./05.m.g.

1.kārtas uzdevumi

1. Elektrības skaitītāja rādījumi šobrīd ir **067859** kWh. Jānītis ievēroja, ka visi cipari tajā ir dažādi. Pēc cik dienām nākošo reizi atkal visi rādījuma cipari būs dažādi, ja dienā tiek notērētas 2 kWh elektrības.

2. Sagrieziet 1.zīmējumā attēloto figūru četrās daļās tā, lai no tām var salikt kvadrātu (bez caurumiem un pārklāšanās).



1. zīm.

3. Annai bija pilna tasīte melnas kafijas. Viņa izdzēra ceturto daļu kafijas un tās vietā ielēja pienu (līdz tasīte atkal bija pilna). Tad Anna izdzēra trešdaļu sava dzēriena un atkal papildināja to pilnu ar pienu. Pēc tam viņa izdzēra vēl pustasīti un atkal to piepildīja, pielejot pienu. Beidzot viņa izdzēra visu tasīti. Ko Anna ir izdzērusi vairāk – pienu vai melnu kafiju? Par cik?

4. Skaitlis $A = \underbrace{1111...11}_{2004 \text{vieninieki}} \times 2005$. Noskaidrojiet skaitļa A ciparu summu!

5. Mēness ciemā ir 7 mājās. Kāds lielākais skaits taciņu var būt iemīts šajā ciemā, ja viena taciņa savieno tieši divas ciema mājas un nekādas divas taciņas savā starpā nekrustojas?

2.kārtas uzdevumi

1. Ievieto skaitlī **2004*2005*** katras zvaigznītes vienu ciparu tā, lai iegūtais skaitlis dalītos ar 99.

2. Skolēnu grupa devās ekskursijā. Sākumā 3 stundas viņi nobrauca ar velosipēdiem, pēc tam 1 stundu brauca autobusā un beigās vēl 10 km nogāja pa mežu. Aprēķiniet, cik garš bija viss ceļojuma maršruts un cik ātri viņi brauca ar velosipēdiem, ja zināms, ka visu maršrutu ar velosipēdu var nobraukt 7 stundās, bet ar autobusu – 2 stundās.

3. Ar akmens skaldāmo mašīnu var 1 akmens gabalu sašķelt tieši 5 daļās. Vai ar šo mašīnu var no 1 akmens bluķa iegūt 22 akmens gabalus, ja šo mašīnu var pielietot nepieciešami daudz reizes.

4. Vai var plaknē uzzīmēt slēgtu lauztu līniju ar 7 posmiem, kas pati sevi krusto tieši **a)** 8 punktos; **b)** 7 punktos?

5. Izdomājiet, kā varētu aprakstīt vai ilustratīvi attēlot sekojošo vienādību (piem., skaitīt rūtiņas, klucīšus u.c. dažādos veidos utml.) :

$$2 \cdot 1 \cdot n + 2 \cdot 2 \cdot (n-1) + 2 \cdot 3 \cdot (n-2) + ... + 2 \cdot (n-1) \cdot 2 + 2 \cdot n \cdot 1 =$$
$$= 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + ... + (n-2)(n-1) + (n-1) \cdot n + n \cdot (n+1)$$

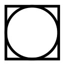
3.kārtas uzdevumi

1. Kvadrātā 4×4 rūtiņas ierakstiet 16 dažādus naturālus skaitļus, katrā rūtiņā vienu skaitli, tā, lai katrā rindiņā, katrā kolonnā un katrā lielajā diagonālē ierakstīto skaitļu summa būtu 50.

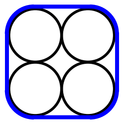
2. Ar [*a*] apzīmē skaitļa veselo *a* daļu, t.i. lielāko veselo skaitli, kas nepārsniedz *a* (piem., [3]=3, [5,9]=5, [-2,1]=-2).
Noskaidrojiet, cik ir tādu veselu skaitļu *x*, kuriem ir pareiza vienādība $[2-x] \cdot [2+x] = 2$.

3. Plaknē novilktas *n* dažādas taisnes sadala šo plakni apgabalos. Pierādīt, ka, krāsojot katru apgabalu vienā no divām krāsām – melnu vai baltu, var tā nokrāsot visu plakni, ka nekādi divi apgabali ar kopēju malu nav vienā krāsā.

4. 3.zīmējumā attēlotā kvadrāta laukums ir a cm^2, bet riņķa laukums b cm^2. 4 tādi paši riņķi novietoti tā kā parādīts 4. zīmējumā un ap tiem nostiepta gumija. Cik cm^2 lielu laukumu tā ierobežo?



3. zīm.



4. zīm.

5. Pierādiet, ka eksistē tāds naturāls skaitlis, kura decimālais pieraksts sastāv tikai no cipariem „5” un kurš dalās 53.

4.kārtas uzdevumi

1. Ievietojiet starp dažiem cipariem aritmētisko darbību zīmes („+”, „-”, „·”, „:”) vai iekavas tā, lai iegūtu pareizu vienādību:

$$1\;2\;3\;4\;5\;6\;7\;8\;9 = 10$$

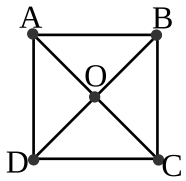
2. Vai kuba virsmu var aplīmēt ar 6 taisnstūriem, kas nav kvadrāti (bez brīvām vietām un pārklāšanās)?

3. Uz elektroniskā pulksteņa displeja cipari attēlojas tā kā parādīts 3.zīmējumā. Pulkstenis rāda stundas un minūtes, kas atdalītas ar „:”.

3.zīm.

Lauriņas pulkstenis stāv uz galdiņa pie spoguļa, tāpēc spogulī redzams pulksteņa rādījuma spoguļattēls. Cik minūtes diennaktī spoguļattēlā arī redzams „pareizs” laiks (tas var nesakrist ar pulksteņa pašreizējo rādījumu, taču diennaktī ir tāds brīdis, kad pulkstenis rāda tādu laiku; piem., plkst. 01:00 | (*spoguļatt.*) 00:10 apmierina uzdevuma prasības, bet plkst. 00:08 | (*spoguļatt.*) 80:00 neder).

4. Vai var 4.zīmējumā attēlotos nogriežņus AB, BC, CD, DA, AO, BO, CO un DO sanumurēt ar skaitļiem no 1 līdz 8 (katram nogrieznis – cits numurs) tā, lai visiem 8 4.zīm. redzamiem trijstūriem malu nogriežņiem piekārtoto skaitļu summas būtu vienādas? (Piem., ΔABC atbilstošo summu veido nogriežņiem AB, BC, AO un OC piekārtoto numuru summa.)



4.zīm.

5. Divi velosipēdisti ar nemainīgiem ātrumiem (ne obligāti vienādiem) vienlaikus izbrauca viens otram pretī no ciematiem A un B. Viņi satikās 6 km attālumā no ciemata A un turpināja iesākto ceļu. Sasniedzot otru ciemu, velosipēdisti apgriezās un brauca atpakaļ uz savu ciemu. Otrreiz viņi satikās 5 km attālumā no ciema B.

Noskaidrojiet, cik km ir starp ciemiem A un B?

5.kārtas uzdevumi

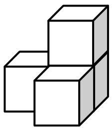
1. Aprēķināt

$$19992005 \cdot 19992003 - 19992006 \cdot 19992002.$$

2. Vai no vairākām 2. zīm. parādītajām figūriņām (tā sastāv no 4 kubiņiem ar izmēriem 1x1x1) var salikt

a) kubu 3x3x3;

b) kubu 4x4x4?



2. zīm.

3. Ēzelītim Iā bija 3 kastītes un 6 sarkanas, 4 dzeltenas un 2 zilas pogas. Viņš ielika katrā kastītē 4 pogas. Vienā kastītē bija visu trīs krāsu pogas. Vai var gadīties, ka pārējās kastītēs bija vienādi pogu komplekti (t.i., vienādi daudz vienas un tās pašas krāsas pogu)? Atbildi pamatojiet!

4. Vai virknē $2********5$ zvaigznīšu vietā var ierakstīt kaut kādus skaitļus tā, lai katru četru blakus uzrakstīto skaitļu summa būtu viena un tā pati?

5. Uz riņķa līnijas atzīmēti 2005 punkti, kas sadala riņķa līniju 2005 vienādos lokos. 999 no šiem punktiem nokrāsoti sarkani, bet pārējie – zaļi. Katram no iegūtajiem 2005 lokiem tiek pierakstīts skaitlis pēc šāda likuma:

a) ja loka abi gali ir sarkani, tad pieraksta -1,

b) ja loka abi gali ir zaļi, tad pieraksta 1,

c) ja loka viens gals ir zaļš, bet otrs sarkans, tad pieraksta 0.

Kāda ir visu pierakstīto skaitļu summa?