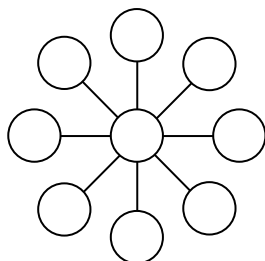


Jauno matemātiķu konkurss 2005./06.m.g.

1. kārtas uzdevumi

1. Ierakstiet aplīšos (skat. 1.zīm.) visus ciparus no 1 līdz 9 (katru ciparu tieši vienu reizi) tā, lai katros 3 aplīšos, kas savienoti ar līniju, ierakstīto ciparu summas būtu 15! Kāds cipars ir jāieraksta vidējā aplītī?



1. zīm.



2. zīm.

2. No kvadrāta 5x5 rūtiņas izgriezta 1 rūtiņa. Vai atlikušo daļu var sagriezt tādās figūriņās, kā parādīts 2.zīm., ja **a**) izgriezta stūra rūtiņa; **b**) izgriezta centrālā rūtiņa?
3. Izsaki skaitli $\frac{1}{2006}$, izmantojot tieši četrus skaitļus 2005 un darbību zīmes +; -; ×; : (ne obligāti visas).
4. Skaitļu virkni 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... (katrs nākamais skaitlis šajā virknē ir vienāds ar divu iepriekšējo skaitļu summu) sauc par *Fibonači skaitļu virkni*, skaitļus, kas sastopami šajā virknē, sauc par *Fibonači skaitļiem*. Parādiet, ka jebkuru naturālu skaitli no 1 līdz 20 var izteikt kā dažu Fibonači skaitļu summu. (Piem., 23=13+8+2 utml.)
5. Dotās piecas aukliņas sasieniet tā, lai izveidotos tāda ķēdīte ar 5 posmiem, ka, pārgriežot **jebkuru** no šiem 5 posmiem, ķēdīte sadalās piecās atsevišķās daļās!

2. kārtas uzdevumi

1. Uz sviras svaru viena kausa nosēdināja izsalkušu rudu kaķēnu, uz otra – ļoti izsalkušu baltu kaķēnu. Rudais kaķēns bija smagāks. Pēc tam kaķēniem iedeva desiņu, kuru viņi sāka ēst katrs no sava gala, pie tam baltais kaķēns ēda trīsreiz ātrāk nekā rudais. Kad desiņa bija apēsta, kaķēnus atkal uzlika uz svariem. Sviri nostājās līdzsvarā. Par cik g rudais kaķēns bija smagāks nekā baltais, ja apēstā desiņa svēra 120 g?
2. Kvadrātā 4x4 rūtiņas ierakstiet dažādus naturālus skaitļus, katrā rūtiņā vienu skaitli, tā, lai visās rindiņās, visās kolonnās un abās diagonālēs ierakstīto skaitļu summas būtu 50 un nekādu divu ierakstīto skaitļu starpība nepārsniegtu 15.
3. Vectētiņš ar zirgu devās uz tirgu pārdot ķirbjus. Kad vectētiņš bija ticis 18 km no mājām, mazdēls mājās atklāja, ka vectētiņš aizmirsis naudasmaku, un ar motociklu dzinās pakal vectētiņam, lai to aizvestu. Cik km nobrauks mazdēls, kamēr panāks vectētiņu, ja motocikla ātrums ir 10 reizes lielāks nekā zirga ātrums?
4. No vairākām 4. zīm. attēlotajām figūriņām salieciet lielāku figūru, kas līdzīga dotajai.

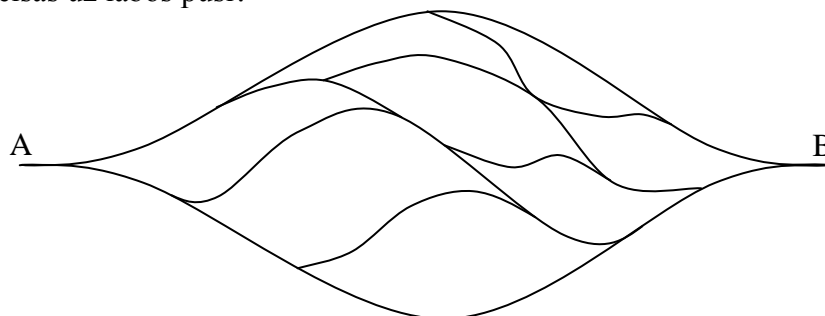


4. zīm.

5. Brīnumzemē puse iedzīvotāju ir *pie pilna prāta*, t.i., viss, ko viņi saka vai domā vienmēr ir patiess. Otra puse iedzīvotāju ir *neprātīgi*, t.i., viss, ko viņi saka vai domā vienmēr ir aplams. Tārpiņš uzskata, ka gan viņš, gan Ķirzaka ir neprātīgi. Noskaidrojiet, vai Tārpiņš ir pie pilna prāta vai neprātīgs. Un kā ir ar Ķirzaku? (Pamatojiet savus spriedumus!)

3.kārtas uzdevumi

1. Skaitlī $15^{**}15$ zvaigznīšu vietā ierakstiet pa vienam ciparam tā, lai iegūtais sešciparu skaitlis dalītos ar 99.
2. Krustmāte Agate uzcepa torti kvadrāta formā un izrotāja to ar 20 ķiršu ogām tā, ka gar katru malu bija tieši 5 ogas. Virtuvē ieskrēja Dudū un apēda 2 ogas. Pie tam pārējās ogas izbīdīja tā, ka gar katru malu joprojām ir tieši 5 ogas. Pēc tam Pifs apēda vēl 2 ogas, un viņam arī izdevās atlikušās 16 ogas izbīdīt tā, ka gar katru malu ir tieši 5 ogas. Kā tas iespējams?
3. Vāzē stāvēja baltas un sarkanas krizantēmas; 90% no tām bija baltas. Pēc kāda laika daļa balto krizantēmu nokalta (sarkanie ziedi visi saglabājās); tagad baltās krizantēmas ir tikai 80% no visām puķēm vāzē. Kura daļa balto krizantēmu nokalta?
4. Kvadrāta ar izmēriem 5×5 rūtiņas katrā rūtiņā ierakstīts viens naturāls skaitlis; visi ierakstītie skaitļi ir dažādi. Ar vienu gājienu atļauts izvēlēties jebkurus 5 uzrakstītos skaitļus un katram no tiem pieskaitīt 1. Vai, vairākkārt atkārtojot šādus gājienu, var panākt, ka visi kvadrātā ierakstītie skaitļi kļūst vienādi, ja zināms, ka sākumā uzrakstīto skaitļu summa bija **a)** 325; **b)** 327?
5. Cik dažādos veidos pa 4. zīm. attēlotajiem ceļiem var aiziet no A uz B, ja zīmējumā visu laiku jāvirzās no kreisās uz labos pusi?



4. zīm.

4.kārtas uzdevumi

1. Ar burtiem a, b, c, d apzīmēti četri dažādi cipari. Kāda ir izteiksmes $\frac{a}{1} + \frac{b}{2} + \frac{c}{3} + \frac{d}{4}$ lielākā iespējamā un mazākā iespējamā vērtība?
2. Šogad vienu dienu Antons secināja, ka viņa vecums pilnos gados ir vienāds ar viņa dzimšanas gada ciparu summu. Kurā gadā var būt dzimis Antons?
3. Alises dzīvoklī ir vairākas istabas un tās visas ir izvietotas vienā stāvā. Ir zināms, ka starp katrām divām istabām ir ne vairāk kā vienas durvis, kā arī no katras istabas ne vairāk kā vienas durvis ved ārā no dzīvokļa. Ir zināms, ka dzīvoklī pavisam ir 11 durvis. Kāds mazākais istabu skaits var būt Alises dzīvoklī?
4. Tumšajā mežā dzīvo 47 iemītnieki. Ziemassvētkos katrs iemītnieks nosūtīja apsveikumu vai nu 3, vai 6 vai 12 kaimiņiem. Katrs no viņiem saņēma tieši 5 apsveikumus. Pierādīt, ka kāds apsveikums nerasniedza adresātu.
5. Lielmežu rajonā ir 5 ciemi. Ir zināms, ka visi attālumi starp diviem ciemiem ir dažādi. No katra ciema uzbūvēts taisns ceļš līdz tam tuvākajam ciemam. Pierādīt, ka nekādi divi ceļi nekrustojas ārpus ciemiem.

5.kārtas uzdevumi

1. Triju pēc kārtas sekojošu naturālu skaitļu summa ir divciparu skaitlis, bet to reizinājums ir četruciparu skaitlis, kura pirmais cipars sakrīt ar summas pirmo ciparu un pēdējais cipars sakrīt ar summas pēdējo ciparu. Atrodiet šos trīs skaitļus!

2. Jānim ir sarkans zīmulis, Pēterim – zaļš. Vienā gājienā katrs zēns var nokrāsot vienu rūtiņu kvadrātā 8×8 rūtiņas, gājienus viņi izdara pamīšus. Jānis drīkst nokrāsot sarkanu rūtiņu, kurai ir kopīga mala ar pēdējo sarkanā krāsā nokrāsoto rūtiņu un kura vēl nav nokrāsota ne sarkana, ne zaļa. Pēterim ir jākrāso zaļa tā rūtiņa, kas ir simetriska Jāņa nokrāsotajai attiecībā pret kvadrāta centru. Ja kāds no zēniem nevar izdarīt gājienu, krāsošanu beidz.

Pirmais sāk Jānis, nokrāsojot sarkanu augšējo kreiso rūtiņu. Vai Jānis savus gājienu var veikt tā, lai beigās visas rūtiņas būtu nokrāsotas tieši vienu reizi un Jānis savā pēdējā gājienā nokrāsotu rūtiņu, kas ir blakus apakšējai labajai stūra rūtiņai?

3. Ierakstiet aplīšos ciparus no 1 līdz 9, katrā aplītī citu ciparu, tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu vislielākā iespējamā.

$$\bigcirc + \bigcirc \cdot \bigcirc + \bigcirc : \bigcirc - \bigcirc : \bigcirc - \bigcirc \cdot \bigcirc$$

4. Uzzīmējiet plaknē 10 nogriežņus tā, lai būtu divi nogriežņi, kas krustojas ar 1 nogriežni, divi nogriežņi, kas krustojas ar 2 nogriežņiem, divi nogriežņi, kas krustojas ar 3 nogriežņiem, divi nogriežņi, kas krustojas ar 4 nogriežņiem, un divi nogriežņi, kas krustojas ar 5 nogriežņiem.

Vai plaknē var uzzīmēt 5 nogriežņus tā, lai uz katra no tiem būtu atšķirīgs skaits krustpunktu?

5. Meža parlamentā ir seši dzīvnieki – varde, pūce, dundurs, ezis, stirna un lācis. Dažādu jautājumu risināšanai viņi izveidoja darba grupas. Katrā darba grupā ietilpst tieši 3 „parlamentārieši”, pie tam katri divi „parlamentārieši” kopā darbojas ne vairāk kā vienā darba grupā. Cik darba grupas var izveidot?