Jauno matemātiķu konkurss 2006./07.m.g.

1.kārtas uzdevumi

1. Reizināšanas piemērā vienādi cipari aizstāti ar vienādiem burtiem, dažādi – ar dažādiem (viens cipars aizstāts ar vienu burtu). Atšifrējiet, kāds cipars atbilst katram burtam!

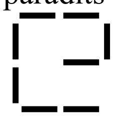
```
     ROMA
  ·   AOA
  -------
    GGTRA
     TZOA
  GGTRA
  -------
  GRAMATA
```

2. Doti septiņi dažādi stienīši; to garumi ir 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm un 8 cm. Vai no šiem stienīšiem var vienlaicīgi izveidot 3 trijstūrus? (Trijstūra viena mala ir viens vesels stienītis, stienīšu galapunkti sakrīt ar trijstūra virsotnēm.)

3. Kāds vīrs saviem sešiem dēliem – Jānim, Pēterim, Miķelim, Kārlim, Dāvim un Ansim – mantojumā novēlēja visu savu mantu – zelta dukātus – sadalīt sekojoši: nekādiem diviem brāļiem nepienākas vienāds matojums; vecākajam dēlam Jānim pienākas lielākā mantojuma daļa, kas ir 6 reizes vairāk dukātu nekā pastarītim Ansim un 3 reizes vairāk nekā Kārlim, Pēterim pienākas 3 reizes vairāk dukātu nekā Dāvim, Miķelim jāsaņem 3 reizes vairāk dukātu nekā Ansim. Sadalot visus dukātus precīzi pēc tēva norādījumiem, katrs dēls saņēma veselu kaitu dukātu.

Noskaidrojiet, cik dukātus saņēma katrs dēls, ja zināms, ka tēvam nebija vairāk kā 50 zelta dukātu.

4. No 8 sērkociņiem izveidota tāda figūra, kā parādīts zīmējumā.



Kāds mazākais daudzums sērkociņu vēl jāpieliek, lai iegūtajai figūrai a) būtu viena simetrijas ass; b) būtu divas simetrijas asis; c) būtu 4 simetrijas asis?

5. Uz tāfeles uzrakstīts skaitlis **105**. Anita un Laima spēlē sekojošu spēli: vienā gājienā no uzrakstītā skaitļa atņem kādu tā dalītāju, nodzēš iepriekš uzrakstīto skaitli un vietā uzraksta iegūto starpību. Tas, kurš iegūst 0, zaudē.

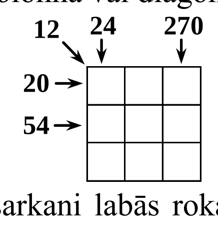
Anita sāk, gājienus meitenes izdara pēc kārtas. Kura meitene, pareizi spēlējot, uzvarēs?

2.kārtas uzdevumi

1. Kāds ir mazākais naturālais skaitlis, kas dalās ar 7 un kura decimālajā pierakstā visi cipari ir vienādi ar 3?

2. Taisnstūri 9×16 rūtiņas sagriez divās daļās, no kurām var salikt kvadrātu. Griezuma līnijām jāiet pa rūtiņu malām.

3. Zīmējumā attēlotajā tabulā 3×3 rūtiņas ieraksti skaitļus no 1 līdz 9 (katrā rūtiņā citu skaitli) tā, lai dotie skaitļi būtu attiecīgajā rindiņā, kolonnā vai diagonālē ierakstīto skaitļu reizinājums.



4. Kastē ir 3 zili labās rokas cimdi, 7 sarkani labās rokas cimdi, 4 zili kreisās rokas cimdi un 5 sarkani kreisās rokas cimdi. Kāds mazākais skaits cimdu jāizņem no kastes, lai starp paņemtajiem **noteikti** būtu pāris (vienas krāsas labās un kreisās rokas cimdi)?

5. Uz galda kaudzē ir 16 konfektes. Rūdis un Kārlis spēlē šādu spēli. Vienā gājienā drīkst izvēlēties jebkuru uz galda esošu konfekšu kaudzīti un sadalīt to divās daļās tā, lai pēc gājiena izdarīšanas visās palikušajās kaudzītēs būtu atšķirīgs daudzums konfekšu (pašas konfektes vairākās daļās dalīt nedrīkst!). Rūdis sāk, gājienus abi zēni izdara pēc kārtas. Tas, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē.
Kurš uzvarēs šajā spēlē?

3.kārtas uzdevumi

1. Atrodiet kaut vienu naturālu skaitli, kurš dalās ar 17, kura ciparu summa ir 17 un kuram pēdējie divi cipari ir „17"! Vai ir arī šādi skaitļi 17-ciparu skaitļi?

2. Ķēniņš Brusubārda ar ziņnesi nosūtīja ziņu Lapzemes ķēniņam. Tajā pašā brīdī arī no Lapzemes ķēniņa pils izgāja ziņnesis ar ziņu ķēniņam Brusubārdam. Abi ziņneši sastapās 72 jūdžu attālumā no Lapzemes ķēniņa pils un turpināja iesākto ceļu. Nonākuši galamērķī, tie nodeva ziņu un tūdaļ devās atpakaļ mājās. Atpakaļceļā ziņneši satikās 40 jūdžu attālumā no ķēniņa Brusubārdas pils. Cik liels attālums ir starp abu ķēniņu pilīm? (Abu ziņnešu ātrumi ir nemainīgi, bet tie var būt atšķirīgi.)

3. Tenisa svētkos piedalījās 100 cilvēki. Pēc katras spēles zaudētājs apvainojās un turpmākajās spēlēs vairs nepiedalījās. Kāds var būt lielākais dalībnieku skaits, kas izcīnīja pa 2 uzvarām?

4. Rūtiņu lapā uzzīmēts trijstūris. Rūtiņu virsotnes sauksim par režģa punktiem. Visas trijstūra virsotnes atrodas režģa punktos; pavisam uz trijstūra kontūra atrodas 6 režģa punkti, bet trijstūra iekšpusē nav neviena režģa punkta. Uzzīmējiet vairākus šādus trijstūrus, kas nav viens no otra iegūstami ar pagriešanu! Kāds ir šo trijstūru laukums?

5. Ir 10 kartītes, kurām viena puse ir dzeltena, otra – zaļa. Uz dzeltenajām pusēm uzrakstīti visi skaitļi no 1 līdz 10 (uz katras kartītes - viens skaitlis), uz zaļajām pusēm – visi skaitļi no 90 līdz 99 (uz katras kartītes – viens skaitlis).
Aprēķinām katrai kartītei abās pusēs uzrakstīto skaitļu summu. Vai var gadīties, ka visas šīs summas dalās ar **a)** 3; **b)** 5?

4.kārtas uzdevumi

1. Vai ir tāds trīsciparu skaitlis, kas palielinās 8 reizes, ja tā pirmo ciparu pārnes uz beigām? Bet vai ir tāds trīsciparu skaitlis, kas samazinās 8 reizes, ja tā pirmo ciparu pārnes uz beigām?

2. Pirms Jaunā gada sagaidīšanas četri draugi nolēma salīdzināt pulksteņus. Tobrīd viņu pulksteņi rādīja šādu laiku: Aivaram - 23:43, Edgaram - 23:46, Kārlim – 23:52, Pēterim – 23:51. Pusnaktī noskaidrojās, ka viena pulksteņa rādītais laiks atšķiras no pareizā laika par 2 minūtēm, otra – par 3 minūtēm, trešā – par 4 minūtēm, ceturtā – par 5 minūtēm (nav zināms, kurš pulkstenis steidzas, kurš kavējas). Cik bija pareizs laiks brīdī, kad zēni salīdzināja savus pulksteņus?

3. Doti 12 vienādi stienīši. Izvietojiet tos tā, lai veidotos 6 vienādi kvadrāti, kuru malas garums ir vienāds ar stienīša garumu!

4. Kāpnēm ir 8 pakāpieni. Zigis ar vienu soli var uzkāpt vai nu 1 pakāpienu, vai 2 pakāpienus, vai 3 pakāpienus. Cik dažādos veidos Zigis var uzkāpt pa šīm kāpnēm?

5. Gudruma zemē saskaitīšanu un reizināšanu apzīmē ar simboliem $\otimes$ un $\Diamond$ (nav zināms, kuru darbību ar kuru simbolu). Ar m, n, k, p apzīmēti dažādi cipari, neviens no kuriem nav 0. Ir zināms, ka ir patiesas vienādības:

$$m \Diamond m = m$$

$$n \otimes m = k$$

$$n \Diamond k = p$$

Vai vari aprēķināt izteiksmes $(m \otimes n) \Diamond (k \otimes p)$ vērtību?

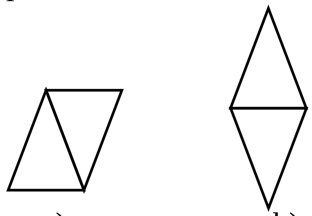
5.kārtas uzdevumi

1. Aprēķināt izteiksmes vērtību:

$$2006\frac{5}{11}\cdot 2007\frac{5}{11}-2005\frac{5}{11}\cdot 2008\frac{5}{11}$$

2. Kvadrāts sastāv no 6x6 rūtiņām. Dažās rūtiņās iezīmējiet pa vienam krustiņam tā, lai katrā rindā, katrā kolonnā un uz abām lielajām diagonālēm būtu tieši 2 krustiņi.

3. Saliekot divus vienādus vienādsānu trijstūrus tā, kā parādīts a) zīm., iegūstam paralelogramu, kura perimetrs ir par 3 cm lielāks nekā viena trijstūra perimetrs; savukārt saliekot šos pašus trijstūrus tā, kā parādīts b) zīm., iegūstam rombu, kura perimetrs ir par 5 cm lielāks nekā viena trijstūra perimetrs. Kāds ir trijstūra perimetrs?



a) b)

4. Par naturāla skaitļa, lielāka nekā 1, *„garumu”*, sauksim šī skaitļa pirmreizinātāju skaitu. (Piem., skaitļa 3 *„garums”* ir 1, bet skaitļa 180=2·2·3·3·5 *„garums”* ir 5.) Atrodiet visus naturālos nepāra skaitļus, kas lielāki nekā 2 un nepārsniedz 500, kuru *„garums”* ir 4.

5. No Rīgas uz Liepāju izbrauc trīs automašīnas: vispirms A, tad B, pēc tam C. Brauciena laikā starp šīm mašīnām notika 13 apdzīšanas (t.i., viena mašīna apdzina citu, nekad reizē nenotika divas apdzīšanas - katrā apdzīšanā piedalījās tikai 2 mašīnas- tā, kuru apdzen, un tā, kas apdzen). Vai var gadīties, ka Liepājā vispirms iebrauca B, pēc tam C un pēc tam A?