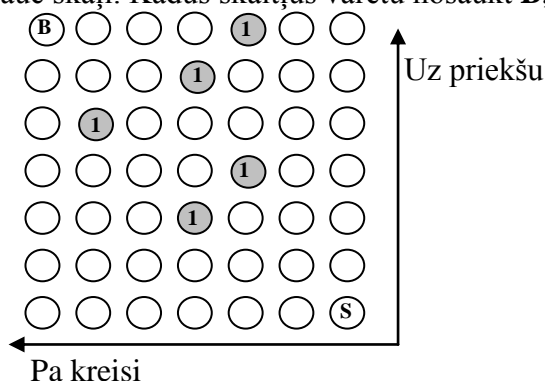


Jauno matemātiķu konkurss 2007./2008. m.g.

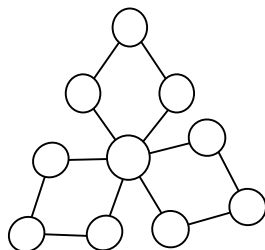
1. kārtas uzdevumi

1. Aprēķini $(2007 \cdot 9999 + 27) : 9$. Centies aprēķinus veikt racionāli!
2. Plaknē uzzīmē vienu trijstūri, vienu četrstūri, vienu piecstūri un vienu sešstūri tā, lai **katrām** divām figūrām būtu kopīga vismaz viena mala.
3. Kvadrātā, kas sastāv no 4×4 rūtiņām, katrā rūtiņā ierakstīts pa vienam naturālam skaitlim no 1 līdz 16, katrā rūtiņā cits skaitlis. Pēc tam aprēķināja katrā rindiņā un katrā kolonnā ierakstīto skaitļu summas. Vai var gadīties, ka visas 8 iegūtās summas ir astoņi pēc kārtas sekojoši naturāli skaitļi?
4. Reiz dzīvoja divi rūķīši – Samtiņš un Pūciņš. Viens no viņiem vienmēr meloja, otrs – vienmēr teica tikai patiesību (nav zināms, kurš bija melis, un kurš – nē).
Kā, uzdodot vienam no rūķiem tikai **vienu** jautājumu, noskaidrot, kurš no abiem ir Pūciņš? Paskaidro savu atbildi!
5. Vasaras nometnē piedalījās 49 skolēni. Kādu dienu viņi spēlēja sekojošu spēli. Visi bērni sastājās 7 rindās, pa 7 skolēniem vienā rindā (skat. zīm.). Skolēnam **S** skolotājs iečukst vienu skaitli N . Pēc tam **S** saviem kaimiņiem iečukst ausī vienu skaitli pēc šāda likuma: bērnam, kas stāv no viņa pa kreisi, **S** iečukst skaitli $N+2$, savukārt bērnam, kas stāv viņam priekšā, **S** iečukst skaitli $N+1$. Katrs bērns, izdzirdot skaitli, iečukst jaunus skaitļus abiem saviem kaimiņiem (pa kreisi un priekšu), ja tādi ir, pēc iepriekš aprakstītā likuma. Ar „1” atzīmētie skolēni ir pirmklasnieki, un viņi vēl saskaitīt nemāk, tāpēc nekādu informāciju tālāk nenodod. Kad skolniekam **B** kāds iečukst skaitli viņš to nosauc skaļi. Kādus skaitļus varētu nosaukt **B**, ja $N=3$?



2. kārtas uzdevumi

1. 1.zīm. aplīšos ierakstiet ciparus no 0 līdz 9 (katrā aplītī – citu), tā lai četrstūru virsotnēs ierakstīto skaitļu summas būtu vienādas!



1. zīm.

2. Tirgū divi zemnieki tirgo ābolus. 1 kg ābolu pie abiem tirgotājiem maksā vienādi. Pirmais zemnieks sauc: „Ja nopirksi 2 kg ābolu, būs 40% atlaide visam pirkumam!” Savukārt otrs saka: „Pērkot 1 kg par parasto cenu, otru kg atdošu par 20 santīmiem.”
Kādā gadījumā (t.i., pie kādas 1 kg ābolu cenas) ir izdevīgāk pirkt 2 kg ābolu pie pirmā tirgotāja un kad – pie otrā?

- Vai starp 7 nogriežņiem noteikti var atrast trīs tādus, no kuriem var izveidot trijstūri? (Trijstūra katra mala ir tieši viens no dotajiem nogriežņiem; nevienu no nogriežņiem nedrīkst sadalīt mazākās daļās.)
- Atrodiet tādus 100 skaitļus, kuru reizinājums vienāds ar to summu!
- Rindā sēž Andris, Dāvis un Edžus tā, ka Andris redz Dāvi un Edžu, Dāvis redz Edžu, bet Edžus neredz nevienu. Tad viņiem aizsēja acis un uzlika galvā vienu no 5 cepurēm - 2 baltām un 3 sarkanām. Kad viņiem atsēja acis un viņi ieraudzīja priekšā sēdētāju cepures, Andris paziņoja, ka viņš zina, kādā krāsā ir viņa cepure, Dāvis paziņoja, ka tagad arī viņš var pateikt savas cepures krāsu, pēc tam arī Edžum bija skaidrs, kādas krāsas cepure ir viņa galvā. Kādas cepures tad bija uzliktas zēniem? Pamato savus spriedumus!

3. kārtas uzdevumi

- Starp cipariem **876543219** ievietojiet aritmētisko darbību zīmes („+”, „-”, „:”, „.”; ne obligāti visas) un iekavas tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu 2008. Ciparu secību mainīt nedrīkst.
- Uz riņķa līnijas atzīmēti 9 punkti. Novelciet 13 nogriežņus ar galapunktiem šajos punktos tā, lai neizveidotos neviens četrstūris, kura malas būtu novilkto nogriežņi!
- 113 āboli salikti pa 17 maisiņiem. dažos maisiņos atrodas pa 4 āboliem, citos – pa x āboliem. Nosakiet visas iespējamās x vērtības!
- Uz galda novietots sarkans kartona aplis, kura rādiuss ir 1 cm. Vēl ir doti vairāki zaļi kartona apli, kuru rādiuss arī ir 1 cm. Kāds ir lielākais skaits, cik zaļos aplus var novietot uz galda tā, lai tie saskartos ar sarkano apli, bet nekādi divi apli nepārklātos? Pamato savu atbildi!
- Ķēniņa pilī ieradās bruņinieks lūgt princeses roku. Ķēniņš sarīkoja bruņiniekam šādu pārbaudījumu.
Vienā no trim istabām atradās princese, divās citās – pa vienam tīģerim. Uz durvīm bija uzliktas šādas plāksnītes:

1.	2.	3.
Tīģeris sēž 2. istabā.	Tīģeris sēž 3. istabā.	Šajā istabā sēž tīģeris.

Ir zināms, ka uz durvīm, aiz kurām atrodas princese, uzraksts ir patiess, bet vismaz viens no pārējiem uzrakstiem ir aplams.

Palīdzi bruņiniekam noskaidrot, kurā istabā ir princese.

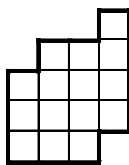
4. kārtas uzdevumi

- Atjaunojiet reizināšanas piemēru (ar vienu zvaigznīti aizstāts viens cipars)! Atrodiet visus atrisinājumus!

$$\begin{array}{r}
 2 * * \\
 3 * * \\
 \hline
 5 * * \\
 * 4 * \\
 * * 3 \\
 \hline
 * * * * *
 \end{array}$$

- Burtu virknes BCFKJ, DCHGC un EFIAG ir aizšifrēti vārdi CIRKS, MAIZE, LAPSA (nav zināms, kuram vārdam atbilst katra virkne; vienādi burti aizstāti ar vienādiem burtiem, dažādi – ar dažādiem). Atšifrējiet, kādi vārdi šajā šifrā aizstāti ar burtu virknēm HCIJFKF BCDCEFG!

3. 1. zīmējumā attēloto figūru sadaliet 3 pēc formas dažādās, bet vienlielās daļās (ar vienādu laukumu), tā lai griezuma līnijas ietu pa rūtiņu malām. Atrodiet 5 dažādus veidus, kā to var izdarīt!

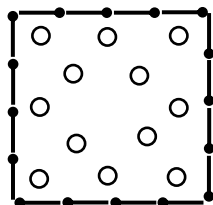


1. zīm.

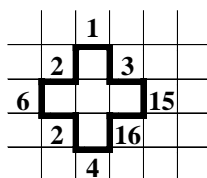
4. Klasē mācās 25 skolēni. 17 no viņiem nodarbojas ar riteņbraukšanu, 13 – trenējas peldēšanā, bet 8 – apmeklē karatē nodarbības. Nevienš skolēns nenodarbojas ar visiem 3 sporta veidiem. Zināms, ka skolēniem, kas trenējas kādā sporta veidā, matemātikā ir sekmīgas, bet ne teicamas atzīmes. 6 skolēni šajā klasē ir nesekmīgi matemātikā. Noskaidrojiet, 1) cik skolēniem šajā klasē matemātikā ir teicamas atzīmes; 2) cik ir tādu skolēnu, kas apmeklē gan peldēšanas, gan karatē treniņus?
5. Divās kaudzītēs konfekšu katrā ir pa 10 konfektēm. Jānis un Pēteris spēlē sekojošu spēli. Gājienu abi izdara pēc kārtas; izlaist gājienu nedrīkst. Vienā gājienā jāpaņem no vienas kaudzītes (pēc izvēles) tieši 3 konfektes un no otras kaudzītes tieši 1 konfekti. Tas, kurš vairs nevar izpildīt gājienu, zaudē. Jānis izdara 1. gājienu. Kurš uzvarēs šajā spēlē? Pamato savu atbildi!

5. kārtas uzdevumi

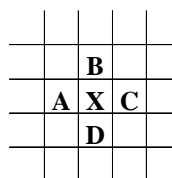
1. Salieciet izteiksmē $56-24:2+6$ iekavas tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu a) 50; b) 22; c) 4.
2. Jānis, Ansis, Baiba un Ruta nopirka vienādas grāmatiņas. Jānis par savu grāmatu maksāja ar divsantīmu monētām, Ansis – ar piecsantīmu monētām, Baiba – ar desmitsantīmu monētām, bet Ruta – ar divdesmitsantīmu monētām. Kopā viņi izdeva 51 monētu. Cik maksāja viena grāmata?
3. No 16 sērkociņiem salikts kvadrāts un tā iekšpusē izvietotas 12 monētas (skat. 1. zīm.). Ar 12 sērkociņiem sadali šo kvadrātu 4 pēc formas un lieluma vienādās daļās tā, lai katrā daļā būtu tieši 3 monētas!



1. zīm.



2. zīm.



3. zīm.

4. 2. zīmējumā attēlotās figūras katrā iekšējā rūtiņā ierakstiet pa vienam skaitlim tā, lai katrs skaitlis būtu vienāds ar tā četrus kaimiņus vidējo aritmētisko (par kaimiņus saucim skaitli, kas ierakstīts rūtiņās, kurām ir kopīga mala ar doto skaitli; piem., 3. zīm. skaitļa X kaimiņi ir A, B, C un D, tātad $X=(A+B+C+D):4$).
5. Saviesīgā pasākumā piedalās 19 cilvēki. Pierādiet, ka starp tiem var atrast vai nu 4 tādus cilvēkus, kas visi pa pāriem nepazīst viens otru, vai arī tādu cilvēku, kas pazīst vismaz 6 no pārējiem.