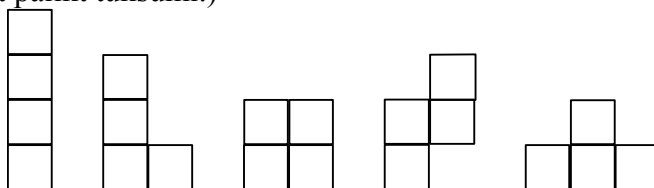


Jauno matemātiķu konkurss 2009./2010. m.g.

1. kārtas uzdevumi

1. Atrodi kaut vienu naturālu trīsciparu skaitli, kura ciparu summa ir 19 un kuru sareizinot pašu ar sevi, iegūtā reizinājuma ciparu summa arī ir 19!
2. Uzzīmē tādu 12-stūri, kas, novelkot vienu taisni, var tikt sadalīts četros trijstūros! (Sadalījumā bez minētajiem 4 trijstūriem nekādas citas daļas nerodas; 12-stūris var būt arī ieliekts.)
3. Rindā bez atstarpēm pēc kārtas uzrakstīti visi naturālie pāra skaitļi, tādējādi iegūstot bezgalīgu ciparu virkni 24681012.... Kāds cipars šajā virknē atrodas 2009.vietā?
4. Vai no visām piecām tetramino figūriņām (skat. zīm.), izmantojot katru no tām tieši vienu reizi, var salikt taisnstūri? (Figūriņas drīkst pagriezt un apgriezt otrādi, taču taisnstūrī tās nedrīkst pārklāties un nedrīkst palikt tukšumi.)



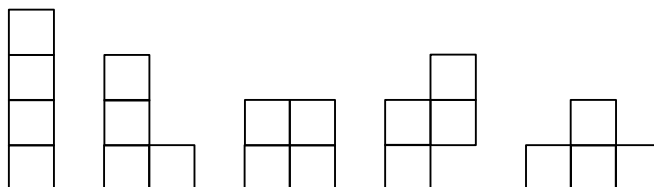
5. Vasaras brīvlaikā kādas klases skolēniem bija jālasa trīs grāmatas: „Vinnijs Pūks un viņa draugi”, „Alise Brīnumzemē” un „Karlsone, kas dzīvo uz jumta”. Vasaras beigās atklājās, ka grāmatu par Alisi ir izlasījuši 6 skolēni, grāmatu par Karlsonu – 7 skolēni, bet grāmatu par Vinniju Pūku – 8 skolēni. Cik skolēni var būt šajā klasē? (Katrs skolēns ir izlasījis vismaz vienu grāmatu, bet var būt (un var nebūt) arī tādi skolēni, kas izlasījuši divas vai trīs grāmatas.)

2. kārtas uzdevumi

1. Atrisini skaitļu rēbusu! Dotajā saskaitīšanas piemērā katrs burts apzīmē vienu ciparu, dažādi burti apzīmē dažādus ciparus. Atrodi, kāds cipars atbilst katram burtam!

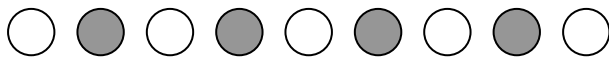
$$\begin{array}{r} P A S A K A \\ A S A K A \\ S A K A \\ A K A \\ + \quad K A \\ \hline 8 0 8 0 8 0 \end{array}$$

2. Izmantojot katru no 1. zīmējumā redzamajām tetramino figūriņām tieši divas reizes, saliec taisnstūri 5×8 rūtiņas!

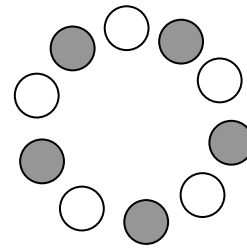


1. zīm.

3. a) Vai 2. zīm. attēlotajos aplīšos var ierakstīt visus skaitļus no 1 līdz 9, katrā aplītī citu skaitli, tā, lai katrā pelēkajā aplītī ierakstītais skaitlis būtu vienāds ar blakus esošajos baltajos aplīšos ierakstīto skaitļu vidējo aritmētisko! Pietiek parādīt vienu veidu, kā to var izdarīt.
b) Vai 3. zīm. attēlotajos aplīšos var ierakstīt visus skaitļus no 1 līdz 10, katrā aplītī citu skaitli, tā, lai izpildītos tas pats nosacījums, kas a) gadījumā?

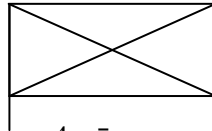


2. zīm.



3. zīm.

4. Cik dažādus 4. zīm. attēlotā veida karogus var iegūt, ja katru trijstūri jānokrāso vienā no četrām krāsām: baltu, sarkanu, zilu vai zaļu, pie tam trijstūri, kam ir kopīga mala, jānokrāso dažādās krāsās?

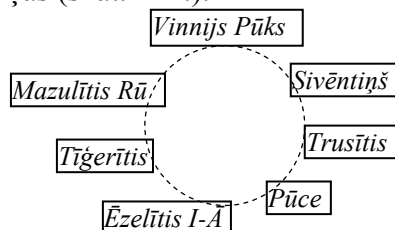


4. zīm.

5. Andris, Jānis un Milda skolas kafejnīcā nopirka 5 vienādas bulciņas un 3 tases tējas, par pirkumu kopā samaksājot vairāk nekā 1 latu. Savukārt Zane un Pēteris nopirka 3 tādas pašas bulciņas un 2 tases tējas, par pirkumu kopā samaksājot mazāk nekā 62 santīmus. Noskaidro, cik maksāja 1 bulciņa un cik – 1 tase tējas!

3. kārtas uzdevumi

1. Taisnstūri ar izmēriem 4×6 rūtiņas sagriez četrās vienādās daļās, kas nav taisnstūri! Griezuma līnijām jāiet pa rūtiņu malām.
2. Cik trijstūrus vienlaicīgi var izveidot no 6 stienīšiem, kuru garumi ir 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm un 60 cm? (Katrs stienītis ir vesela trijstūra mala; trijstūra virsotnes ir tikai punktos, kur satiekas divu stienīšu – malu – galapunkti.)
3. Atrodi tādu piecciparu skaitli, kuram vienu cipars norāda, cik šajā skaitlī ir ciparu „4”, desmitu cipars norāda, cik tajā ir ciparu „3”, simtu cipars – cik ciparu „2”, tūkstošu cipars – cik ciparu „1” un desmittūkstošu cipars – cik šajā skaitlī ir ciparu „0”! Pietiek parādīt vienu piemēru! (Piemēram, skaitlī 10023 ir divi cipari „0”, un pa vienam ciparam „1”, „2”, „3”; tā tad skaitlis 10023 neapmierina uzdevuma nosacījumus.)
4. Veikalā pārdod trīsriteņus, divriteņus un kvadriciklus. Pavisam pārdošanā ir 20 braucamrīki un tiem visiem kopā ir 60 riteņi. Cik katra veida braucamrīki tiek pārdoti, ja zināms, ka trīsriteņu ir vismazāk? (Vai uzdevumam ir tikai viena atbilde? Apskati visas iespējas!)
5. Pa apli ir ievietotas septiņu draugu – Vinnija Pūka, Sivēntiņa, Trusīša, Pūces, Ēzelīša I-Ā, Tīģerīša un Mazulīša Rū – mājiņas (skat. zīm.).



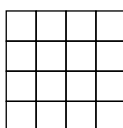
Kādu rītu, kamēr visi vēl bija savās mājiņās, Vinnijs Pūks nolēma doties šādā pastaigā. Vispirms viņš aizgāja ciemos pie Sivēntiņa. Tad viņi abi devās 2 mājiņas tālāk (tātad nonāca pie Pūces), un kopā ar Pūci devās trīs mājiņas tālāk u.t.t. – ja šobrīd pastaigājas n draugi, tad viņi dodas n mājiņas tālāk no pēdējās apstāšanās vietas, un, apstājoties pie kādas mājiņas, tās iemītnieks pievienojas pastaigai, ja viņš ir mājiņā, vai arī atgriežas mājiņā, ja viņš tikko staigāja. (Var gadīties, ka vienam un tam pašam zvēriņam nākas vairākas reizes iet pastaigāties un sēdēt mājās.) Ja visi ir nonākuši savās mājiņās, pastaiga beidzas. Vai šī pastaiga kādreiz beigsies? Bet kā būtu gadījumā, ja pēc katras apstāšanās viņi mainītu iešanas virzienu?

4. kārtas uzdevumi

1. Reizināšanas piemērā vairāki cipari aizstāti ar zvaigznītēm (ar vienu zvaigznīti – viens cipars). Atjauno šo piemēru!

$$\begin{array}{r} 8 * * \\ * 1 * \\ \hline * * * \\ * * * \\ * * * \\ \hline 9 * 7 * 9 \end{array}$$

2. Kad Zita paskatījās pulkstenī, viņa secināja, ka kopš diennakts sākuma pagājis piecreiz ilgāks laiks nekā vēl atlicis līdz pusnaktij. Cik tobrīd rādīja pulkstenis?
3. Kvadrāts sadalīts 4×4 rūtiņās. Izkrāso to vairākās krāsās, katru rūtiņu vienā krāsā, tā, lai nekādas divas rūtiņas, kam ir kopīga mala vai stūris, nebūtu nokrāsotas vienā krāsā! Cik dažādas krāsas vismaz ir jāizmanto?



4. Uz planētas Zvaigzne cilvēka laimi nodrošina tam piederoša burvju stīga. Katrs cilvēks, kuram pieder burvju stīga var to sadalīt vai nu 7 vai 10 tik pat lielās burvju stīgās (šīs stīgas tad var sadalīt atkal 7 vai 10 citās stīgās). Planētas iedzīvotājiem ir zināms burvju likums, ka katra jaunizveidota burvju stīga ir uzreiz jānodod kādam planētas iedzīvotājam. Vairāku stīgu paturēšana sev, vai kādas aizlaišana postā nozīmētu visu burvju stīgu zudumu uz mūžīgiem laikiem. Kādā brīdī uz planētas ir 2010 iedzīvotāji. Vai iespējams, ka katram pieder burvju stīga, ja zināms, ka sākumā bija tieši viena burvju stīga?
5. Šaha galdiņam ar izmēriem 8×8 rūtiņas ir apmalīte, lai figūriņas nevarētu norīpot no tā. Uz šāda galdiņa izvietojiet visus 28 domino komplekta kauliņus tā, lai nevienu kauliņu nevarētu pārbīdīt pa šaha galdiņu, to nepaceļot. Katrs domino kauliņš aizņem tieši divas šaha galdiņa rūtiņas.

5. kārtas uzdevumi

1. Noskaidro, pēc kāda likuma tiek veidota sekojošā skaitļu virkne:

9, 18, 36, 63, 99, *, 198, ...

Kāds skaitlis ir aizstāts ar „*“?

Uzraksti vēl divus nākamos šīs virknes locekļus un pamēģini aprakstīt vārdiem (vai ar formulām), kā šī virkne tiek veidota!

2. Uzzīmē plaknē a) piecas taisnes tā, lai tām būtu tieši pieci krustpunkti; b) sešas taisnes tā, lai tām būtu tieši seši krustpunkti!
3. Mārim eksāmenā uzdoti 16 jautājumi, uz kuriem var atbildēt ar „jā” vai „nē”. Par katru pareizu atbildi Māris saņem 7 punktus; par katru nepareizu atbildi no viņa iegūtās punktu summas atņem 4 punktus. Ja Māris uz kādu jautājumu atsakās atbildēt, viņa punktu summu tas neietekmē. Sākumā Mārim bija 0 punktu, bet, beidzot eksāmenu, viņam bija 1 punkts. Uz cik jautājumiem Māris atbildēja pareizi?
4. Vai ir iespējams izveidot tādu četru atsvaru komplektu, ka izmantojot tikai šos četrus atsvarus uz ar sviras svāriem var nosvērt jebkuru veselu gramu skaitu no 1 g līdz 15 g? Bet no 1 g līdz 16 g? (Atsvarus drīkst likt tikai uz viena svaru kausa.)
5. Futbola komandā ir 11 spēlētāju. Trijiem no tiem ir uzvārds Bērziņš, četriem – Kalniņš, diviem – Krūmiņš, diviem – Ezeriņš. Četriem vārds ir Andris, trim – Kārlis, trim – Roberts un vienam – Jānis. Vārtsargu sauc Roberts Ezeriņš. Kā sauc pārējos spēlētājus, ja zināms, ka nav divu spēlētāju ar vienādu vārdu un uzvārdu?