

## Jauno matemātiķu konkurss 2010./2011. m.g.

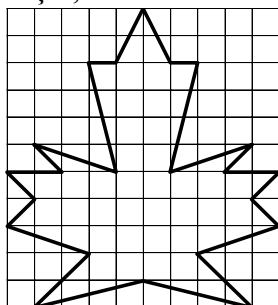
### 1.kārtas uzdevumi

1. Rindā pēc kārtas bez atstarpēm ir izrakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 10000, iegūstot ciparu virkni

123456789101112.....

Kad šajā virknē pirmo reizi parādīsies ciparu virknīte 2010?

2. Rudens rūķītis mežā krāsoja kokiem lapas. Vispirms 30% no visām lapām viņš nokrāsoja dzeltenas. Pēc tam 30% vēl nenokrāsoto lapu rūķītis nokrāsoja sarkanas. Tad viņš ņēma brūnās krāsas spaini un nokrāsoja vēl 30% no līdz šim nenokrāsotajām lapām. Tad gan viņam visa krāsa beidzās un pārējās lapas palika nenokrāsotas. Kura daļa no visām lapām palika nenokrāsota?
3. Jānim pēc 2 gadiem būs divreiz vairāk gadu nekā viņam bija pirms 2 gadiem. Savukārt Anna pēc trīs gadiem būs trīs reizes vecāka nekā pirms 3 gadiem. Kurš ir vecāks – Jānis vai Anna?
4. Sagriez 1. zīmējumā redzamo figūru daļās, no kurām var salikt kvadrātu!



1. zīm.

5. Andris un Baiba raksta 12-ciparu skaitli, izmantojot tikai ciparus 1, 2, 3, 4 un 5. Pirmo ciparu raksta Andris, otro – Baiba, trešo – Andris, ceturto – Baiba utt. Baiba vēlas, lai beigās iegūtais 12-ciparu skaitlis dalītos ar 9, bet Andris cenšas viņai traucēt. Vai Baiba noteikti var sasniegt savu mērķi? Kā viņai jārīkojas?

### 2.kārtas uzdevumi

1. Atrisini skaitļu rēbusu – aizstāj burtus ar cipariem, lai iegūtu pareizu vienādību! (Vienādiem burtiem atbilst vienādi cipari, bet dažādiem burtiem – dažādi cipari.) Pietiek parādīt vienu veidu, kā to var izdarīt.

$$\begin{array}{r} \text{M A I Z E} \\ + \text{U D E N S} \\ \hline \text{D Z I V S} \end{array}$$

2. No papīra bija izgriezts kaut kāds desmitstūris. Alise ar vienu taisnu griezienu sagrieza to divās daļās, no kurām viena daļa bija trijstūris. Cik malas var būt otrai iegūtajai daļai? Apskati visas iespējas!
3. Dotajā izteiksmē saliec iekavas tā, lai iegūtu pareizu vienādību!
- $$1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10 : 11 : 12 = 231$$
4. Uz riņķa līnijas atlikti 20 punkti. Viens no tiem nokrāsots sarkans, bet pārējie – balti. Apskatām visus daudzstūrus, kuru virsotnes ir kādi no dotajiem 20 punktiem. Kādu daudzstūru ir vairāk – to, kam viena virsotne ir sarkana vai to, kam visas virsotnes ir baltas?
5. Melnais burvis nozaga Baltajam burvim burvju dārgakmeni un paslēpa to grozā pie saviem 15 parastajiem dārgakmeņiem. Visi 16 dārgakmeņi izskatās pilnīgi vienādi. Baltā burvja sulainis uzzināja, ka burvju akmeni nozadzis Melnais burvis, un devās to atgūt. Melnais burvis sulainim teica: „Ja vienas stundas laikā atradīsi burvju akmeni, varēsi to paņemt un doties prom, bet ja nē – tad es tevi pārvērtīšu par statuju savā zālē.” Sulainim ir ierīce, ar kuras palīdzību var noteikt, vai starp apskatāmajiem dārgakmeņiem ir vai nav burvju akmens (ar ierīci var pārbaudīt arī

vairākus akmeņus reizē, bet ierīce nenorāda, kurš tieši ir burvju akmens). Vienas dārgakmeņu kaudzītes (vienalga cik lielas) pārbaude ilgst 10 minūtes. Vai sulainis spēs atrast burvju akmeni vienas stundas laikā? Pamato savu atbildi!

### 3.kārtas uzdevumi

1. Jānis uzrakstīja skaitļu virkni

7, 17, 37, 77, \*, 317, ...

Visi virknes locekļi, sākot ar otro, iegūstami pēc viena un tā paša likuma. Kādam skaitlim jābūt „\*” vietā? Apraksti, pēc kāda likuma tiek veidota šī virkne!

2. Slavens mūziķis Notiņš bieži devās koncerttūrēs uz dažādām pilsētām. Kāda mēneša pirmajā otrdienā Notiņš sniedza koncertu Daugavpilī, bet tā paša mēneša pirmajā otrdienā pēc pirmās pirmsdienas – Stokholmā. Savukārt nākamā mēneša pirmajā otrdienā Notiņš bija Valmierā, bet pirmajā otrdienā pēc pirmās pirmsdienas – Berlīnē. Kuros datumos Notiņš bija katrā no pilsētām?
3. Doti trīs kvadrāti – ar izmēriem  $2 \times 2$  rūtiņas,  $6 \times 6$  rūtiņas un  $9 \times 9$  rūtiņas. Sagrieziet tos (visus vai dažus) daļās, no kurām var salikt vienu lielāku kvadrātu. Vai uzdevumu var izpildīt tā, lai jaunais kvadrāts būtu salikts no ne vairāk kā 5 daļām?
4. Mucā ir 18  $l$  ūdens. Saimniecei ir divi spaiņi, kuru tilpums ir 7  $l$ , un viņai katrā no tiem ir jāielej precīzi pa 6  $l$  ūdens. Kā viņa to var izdarīt, ja drīkst izmantot tikai šos traukus un vēl 4  $l$  ķipīti?
5. Kāds mazākais monētu daudzums jāizvēlas, lai ar tām (visām vai daļu no tām) varētu precīzi samaksāt jebkuru summu no 1 santīma līdz 1 latam? (Apskatām Latvijā pieejamās monētas: 1 sant., 2 sant., 5 sant., 10 sant., 20 sant., 50 sant., 1 Ls, 2 Ls; var ņemt arī vairākas viena veida monētas.)

### 4.kārtas uzdevumi

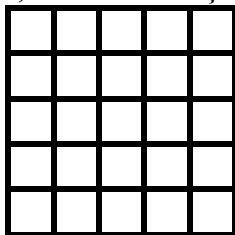
1. Atšifrē reizināšanas piemēru! Burti A un B apzīmē vienu ciparu (vienādi burti – vienādus ciparus, bet dažādi – dažādus), ar katru „\*” arī aizstāts viens cipars, bet tie var būt dažādi, tikai atšķirīgi no A un B.

$$\begin{array}{r} A * * * * * B \\ \cdot \quad \quad \quad B \\ \hline A A A A A A A A \end{array}$$

2. Žanis devās ceļojumā ar kuģi. Kad viņš uzkāpa uz kuģa, viņa elektroniskais pulkstenis rādīja  $x$  stundas un  $y$  minūtes. Kad Žanis galamērķī nokāpa no kuģa, viņa pulkstenis rādīja  $y$  stundas un  $x$  minūtes (mainoties laika joslām, pulkstenis **netika** pārzdīts). Pie tam Žanis ievēroja, ka ceļā viņš ir pavadījis  $x$  stundas un  $y$  minūtes. Cik ilgi Žanis atradās uz kuģa?
3. Zīmējumā parādīts pils mūra augšējās daļas fragments. Šajā daļā mūrnieks ir iemūrējis vienu tādu īpašu akmeni, kuru var izņemt un pagriežot ielikt atpakaļ tā, ka mūra augšējā mala kļūst taisna. Noskaidrojiet īpašā akmens formu un parādiet zīmējumā tā tagadējo atrašanās vietu un kā tas jāpārvieta!



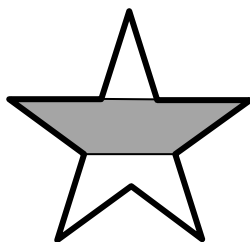
4. Kādā pilsētā pavisam ir 12 ielas, kas savstarpēji krustojas tā, ka veidojas kvadrātisks režģis  $5 \times 5$  rūtiņas, kā parādīts zīmējumā. Pilsētas Domes Satiksmes departamentā tika nolemts vairākus ielu posmus pārvērst par gājēju ielām, pa tiem aizliedzot automašīnu satiksmi. Kāds ir mazākais posmu skaits, kuros jāaizliedz automašīnu kustība, lai pa atlikušajiem posmiem katrā krustojumā būtu iespējams aizbraukt ne vairāk kā 3 virzienos? (Ielas posms ir ielas daļa starp diviem tuvākajiem krustojumiem; katrā posmā, kur kustība atļauta, drīkst braukt abos virzienos.)



5. Sanāksmē ieradušies 20 cilvēki. Daži no tiem ir godīgi un vienmēr runā patiesību, bet citi vienmēr melo. Pirmais cilvēks teica, ka sanāksmē nav neviena godīga cilvēka. Otrais apgalvoja, ka sanāksmē ir ne vairāk kā 1 godīgs cilvēks. Trešais apgalvoja, ka sanāksmē ir ne vairāk kā divi godīgi cilvēki, ceturtais teica, ka starp klātesošajiem ir ne vairāk kā trīs godīgi cilvēki utt., divdesmitais cilvēks apgalvoja, ka sanāksmē ir ne vairāk kā 19 godīgu cilvēku. Cik no šiem 20 cilvēkiem ir godīgi un cik – melņi?

### 5. kārtas uzdevumi

1. Vai skaitli 123 var izteikt kā trīs pēc kārtas sekojošu naturālu skaitļu summu? Un skaitli 2011? Mēģini noskaidrot, kādus skaitļus ir iespējams izteikt kā trīs pēc kārtas sekojošu naturālu skaitļu summu. Pamato savus spriedumus!
2. Kura daļa no 1. zīmējumā attēlotās piecstaru zvaigznes ir iekrāsota? (Zvaigznes malas un leņķi ir vienādi.)




1. zīm.

3. Daudzpunktu vietā ieraksti ciparus tā, lai iegūtais apgalvojums būtu patiess!

„Šajā teikumā cipars 0 sastopams ... reizes,  
 cipars 1 sastopams .... reizes,  
 cipars 2 sastopams .... reizes,  
 cipars 3 sastopams .... reizes,  
 cipars 4 sastopams .... reizes,  
 cipars 5 sastopams .... reizes,  
 cipars 6 sastopams .... reizes,  
 cipars 7 sastopams .... reizes,  
 cipars 8 sastopams .... reizes,  
 cipars 9 sastopams .... reizes.”

Vai uzdevumam ir tikai viens atrisinājums? Atbildi pamato!

4. Dots kvadrāts ar izmēriem  $6 \times 6$  rūtiņas. Kādu mazāko daudzumu figūriņu „stūrīšu”  tajā jāiekrāso, lai nevienu citu „stūrīti” šajā kvadrātā iekrāsot nevarētu? („Stūrītis” sastāv tieši no 3 rūtiņām, tie var būt novietoti arī citādi; ja kāda rūtiņa ir iekrāsota, tad tā ir nokrāsota pilnībā, t.i., „stūrīšu” malas iet pa rūtiņu malām.)
5. Valstī Šallindrijā ir vairākas pilsētas. Starp pilsētām ir izbūvēti vairāki ceļi tā, ka katrs ceļš savieno tieši divas pilsētas, starp katrām divām pilsētām ir ne vairāk kā viens ceļš un ārpus pilsētām ceļi nekrustojas. Zināms, ka no galvaspilsētas Šallijas iziet tieši 17 ceļi, no pilsētas Dallijas iziet tieši 3 ceļi, bet no visām pārējām valsts pilsētām iziet tieši 10 ceļi no katras. Pierādiet, ka noteikti iespējams aizbraukt no Dallijas un Šalliju, braucot tikai pa izbūvētajiem ceļiem (varbūt – caur citām pilsētām).