

**Jauno matemātiķu konkurss
2012./13. mācību gads**

1. kārtas uzdevumi

1. Aritmētiskais šifrs

Saskaitīšanas piemērā $ABCD+ABED=EDCAD$ vienādi cipari aizstāti ar vienādiem burtiem, bet dažādi – ar dažādiem. Atšifrē to!

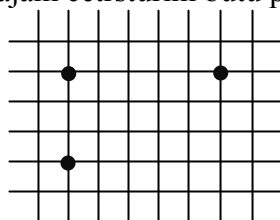
2. Neparastais bankomāts

Smaragda pilsētas valūtu sauc par *salāriem*. Šajā pilsētā atrodas neparasts naudas maiņas automāts: ja tajā ievada divas banknotes, kuru vērtības ir x un y salāri, automāts izdod divas banknotes: vienas vērtība ir $(2 \cdot x + y)$ salāri, bet otras – vai nu $(2 \cdot x - y)$ salāri (ja $2 \cdot x > y$), vai $(y - 2 \cdot x)$ salāri (ja $2 \cdot x < y$). (Piemēram, ja ievada banknotes $x=2$ un $y=3$, tad iegūst banknotes $2 \cdot 2 + 3 = 7$ un $2 \cdot 2 - 3 = 1$.)

Ella ir divas 1 salāru vērtas banknotes. Vai, izmantojot šo automātu vairākas reizes, Ella var iegūt banknoti ar vērtību **a)** 13 salāri, **b)** 2 salāri?

3. Mazākais četrstūris

Rūtiņu lapā nokrāsotas trīs rūtiņu virsotnes (skat. 1. zīm.). Nokrāso vēl vienu rūtiņu virsotni tā, lai visu četru nokrāsoto virsotņu veidotajam četrstūrim būtu pēc iespējas mazāks laukums.



1. zīm.

4. Par pankūkām

Māmiņa izcepa 6 apaļas pankūkas. Dēliņš Didzis tobrīd spēlējās ar lineālu un nolēma izmērīt pankūku diametrus. Izrādījās, ka pankūku diametri ir 11 cm, 12 cm, 13 cm, 14 cm, 15 cm un 16 cm. Tad Didzis ar mammu nolēma, ka visas pankūkas sadalīs pa trīs šķīvjiem (Didzim, mammai un tētim) tā, ka neviens šķīvis nepaliek tukšs un ne uz viena šķīvja nav uzliktas divas pankūkas, kuru diametri atšķiras par 1 cm.

Cik veidos Didzis un māmiņa var realizēt savu ieceri?

5. Noslēpumainie mākslinieki

Kafejnīcā satikās rotkalis Baltiņš, skulptors Melnītis un gleznotājs Rudais. „Ievērojiet, vienam no mums ir blondi mati, vienam – rudi, bet trešais – tumšmatis, bet nevienam uzvārds neatbilst matu krāsai” – sacīja tumšmatis. „Tev taisnība” – Baltiņš piekrita.

Nosakiet, kādā krāsā ir mati katram no šiem māksliniekiem.

2. kārtas uzdevumi

1. Neparastais skaitlis

Atrodi vislielāko piecciparu skaitli, kuram ceturtais cipars (desmitu cipars) ir lielāks nekā piektais cipars (vienu cipars), trešais cipars lielāks nekā ceturtais un piektais cipara summa, otrais cipars ir lielāks nekā trešais, ceturtais un piektais cipara summa, bet pirmais cipars ir lielāks nekā visu pārējo ciparu summa!

2. Sešstūra virsotņu numurēšana

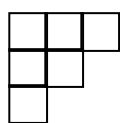
Izliekta sešstūra virsotnēs ierakstīti skaitļi 1, 2, 3, 4, 5, un 6, katrā virsotnē cits skaitlis. Pēc tam tika aprēķinātas katras diagonāles galos ierakstīto skaitļu summas. Vai var gadīties, ka visas iegūtās summas ir dažādas? (Ja tā var gadīties, parādi piemēru, ja nevar – pamato, kāpēc!)

3. Istaba un prožektors

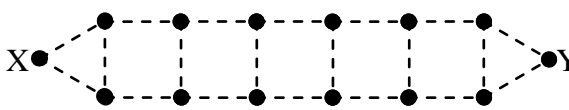
Istabas izmēri ir $5\text{ m} \times 5\text{ m}$. Tās vidū ir novietots prožektors, kas izplata gaismu visos virzienos. Ir pieejami aizslietņi, kuru garums ir 1 m (augstums vienāds ar istabas augstumu). Izvietojiet aizslietņus istabā tā, lai istabas sienas nemaz nebūtu apgaismotas; nekādi divi aizslietņi savā starpā nedrīkst saskarties. (Istabā sākotnēji ir pavisam tukša, tajā ir tikai prožektors.)

4. Cipari rūtiņās

Ieraksti 2. zīm. attēlotajās rūtiņās visus ciparus no 1 līdz 6, katrā rūtiņa citu ciparu, tā, lai gan katrā rindiņā, gan katrā kolonnā cipari būtu izvietoti augošā secībā. Cik veidos to var izdarīt?



2. zīm.



3. zīm.

5. Ceļu būve

3. zīmējumā attēlota plānotā ceļu sistēma, kas savieno pilsētas X un Y un iet caur 12 ciemiem (sastāv no 20 ceļu posmiem). Ceļu izbūve un asfaltēšana uzticēta divām ceļu būves firmām SIA „CAB” un SIA „BAC”. Lai darbi ritētu raitāk un kvalitatīvāk, Satiksmes ministrija darbu organizēšanai uzlika sekojošus nosacījumus: katra firma pēc kārtas izbūvē un noasfaltē vienu (jebkuru pēc pašu izvēles) no vēl nenoasfaltētajiem posmiem; tiesības pirmajiem sākt darbus izlozē ieguva SIA „BAC”. Tā firma, pēc kuras ceļa posma pabeigšanas pirmo reizi būs iespējams aizbraukt no pilsētas X un pilsētu Y pa asfaltētu ceļu, saņems prēmiju. Kura firma var uzvarēt (saņemt prēmiju) un kā tai ir jārīkojas?

3. kārtas uzdevumi

1. Atrodi skaitli!

Atrodi visus divciparu naturālus skaitļus N, kas vienlaicīgi apmierina šādus nosacījumus:

(1) Ja starp skaitļa N vienu un desmitu ciparu ieraksta ciparu 5, iegūst skaitli, kas ir par 230 lielāks nekā N.

(2) Ja ciparu 5 uzraksta pirms skaitļa N cipariem, iegūst skaitli, kas ir veselu skaitu reišu lielāks nekā N.

2. Trijstūris

Trijstūra divu malu garumi ir 7 cm un 13 cm . Kāds var būt trešās malas garums, ja trijstūra perimetrs ir P centimetri, kur P ir pirmskaitlis?

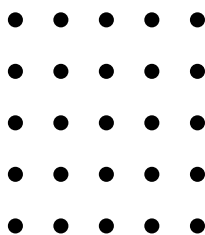
3. Skaitļu virkne

Skaitļu virkne tiek veidota pēc šāda likuma: virknes pirmais skaitlis ir jebkurš naturāls skaitlis, kas lielāks nekā 1, bet katrs nākamais skaitlis tiek iegūts, saskaitot iepriekšējā skaitļa lielāko un mazāko pirmreizinātāju (piem., aiz skaitļa $28(=2 \cdot 2 \cdot 7)$ seko $9(=2+7)$, aiz 23 seko $46(=23+23)$, aiz $27(=3 \cdot 3 \cdot 3)$ seko $6(=3+3)$).

Apskatām visas šādas virknes, kuru pirmie skaitļi attiecīgi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Kuros gadījumos virknes pirmais skaitlis virknē būs sastopams vēl vismaz vienu reizi, bet kuros gadījumos virknes pirmais skaitlis virknē vairs neatkārtosies?

4. Lauztā līnija

4. zīmējumā attēlotos punktus savieno ar slēgtu lauztu līniju tā, lai lauztās līnijas posmi ietu pa rūtiņu malām vai rūtiņu diagonālēm, pie tam lauztā līnija nedrīkst krustot pati sevi un pa diagonāli drīkst iet ne vairāk kā viens posms.



4. zīm.

5. Meļi un bruņinieki

Uz kādas salas dzīvo divas ciltis – bruņinieki un meļi. Bruņinieki vienmēr saka patiesību, bet meļi vienmēr melo. Katrs salas iemītnieks apgalvo: „Manā ciltī man ir vairāk draugu nekā kaimiņu ciltī.”

Vai var gadīties, ka bruņinieku ir mazāk nekā meļu?

4. kārtas uzdevumi

1. Daļas, daļas, daļas...

Aprēķini!

$$1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{5}}}}$$

2. Akmeņu dalīšana

Anna jūrmalā atrada 111 akmentiņus. Izrādījās, ka visi šie akmeņi sver dažādi, turklāt to svars ir 1 g, 2 g, 3 g, ..., 110 g un 111 g. Anna vēlas visus šos akmentiņus sadalīt trīs kaudzītēs tā, lai visās kaudzītēs būtu vienāds skaits akmentiņu un katrā kaudzītē akmentiņu kopējais svars būtu viens un tas pats. Palīdzi Annai tikt galā ar viņas uzdevumu!

3. Daudzstūrainie daudzstūri

Izliektā septiņstūrī novilkta visas tā diagonāles. Pēc tam septiņstūris tika sagriezts pa visām novilktajām līnijām, iegūstot vairākus mazākus daudzstūrus. Kāds lielākais malu skaits var būt kādam no iegūtajiem daudzstūriem?

Atbildi pamato, t.i., uzzīmē piemēru un paskaidro, kāpēc nevar būt daudzstūris ar vairāk malām!

4. Ceļotāji

Divi draugi Andris un Bērtulis grib no Sūnu ciema nokļūt Mežciemā. Attālums starp abiem ciemiem ir 15 km. Abi ceļotāji kājām pārvietojas ar ātrumu 6 km/h. Draugiem vēl ir viens velosipēds (uz kura var braukt tikai viens cilvēks); ar velosipēdu puīši pārvietojas ar ātrumu 15 km/h. Savukārt Mežciemā dzīvo abu paziņa Egons, kurš ap to pašu laiku devās pa to pašu ceļu no Mežciema uz Sūnu ciemu.

Andris un Bērtulis vienlaicīgi startēja no Sūnu ciema: Andris gāja kājām, bet Bērtulis brauca ar velosipēdu. Kad Bērtulis satika Egonu, viņš velosipēdu iedeva Egonam un turpināja ceļu uz Mežciemu kājām. Savukārt Egons tagad ar velosipēdu turpināja braukt Sūnu ciema virzienā līdz

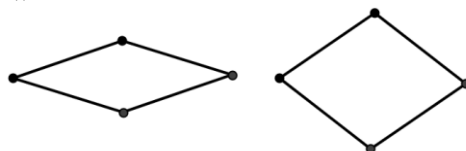
satika Andri. Tad Egons nodeva velosipēdu Andrim, kurš ar to nobrauca atlikušo ceļa posmu līdz Mežciemam. Egons pārvietojas ar tādiem pašiem ātrumiem kā Andris un Bērtulis.

Andris un Bērtulis Mežciemā ieradās vienlaicīgi.

Noskaidro, vai Egons no Mežciema izgāja tajā pašā brīdī, agrāk vai vēlāk un par cik stundām nekā Andris un Bērtulis no Sūnu ciema!

5. Mozaīka

Doti divu veidu rombi – vienam leņķu lielumi ir 144° un 36° , bet otram – 108° un 72° , malu garumi abiem rombiem ir vienādi (skat. 5. zīm.). Izveido mozaīku, izmantojot vismaz 20 katra veida rombus. Mozaīkā rombiem jāsaskaras pa vesela garuma malām, tie nedrīkst pārklāties, kā arī mozaīkas iekšpusē nedrīkst palikt „caurumi”.



5. zīm.

(Rombs ir četrstūris, kura visas malas ir vienāda garuma. Romba pretējie leņķi ir vienādi.)

Iegūto mozaīku vari pārzīmēt uz lapas un izkrāsot, bet vari vispirms rombiņus izgriezt no papīra un mozaīku izveidot uz galda, bet pēc tam iegūto mozaīku nofotografēt un atsūtīt mums savas mozaīkas fotogrāfiju. Darbiņu centies veikt precīzi, jo, vērtējot šo uzdevumu, ņemsim vērā, cik rūpīgi un precīzi tas ir veikts!

5. kārtas uzdevumi

1. Lielais skaitlis

Atrodi vienu tādu trīsciparu skaitli, kurš nedalās ar 213, bet skaitlis, kuru iegūst, uzrakstot šo trīsciparu skaitli pēc kārtas 9 reizes, dalās ar 213.

2. Četrstūris

Ritvars uzzīmēja četrstūri un novilkta vienu tā diagonāli. Pēc tam viņš izmērīja visu piecu nogriežņu (četrstūra malu un diagonāles) garumus; mērījumu rezultāti bija 2 cm, 3 cm, 4 cm, 6 cm un 9 cm. Kurš no šiem lielumiem var būt diagonāles garums?

Pamato, kāpēc citas iespējas neder!

3. Klucīšu piramīda

Alise no ziliem, sarkaniem un dzelteniem spēļu klucīšiem veido piramīdu tā, ka

(1) augšējā rindā ir viens klucītis, otrajā – divi klucīši, trešajā – trīs klucīši utt., t.i. katrā nākamajā rindā par vienu klucīti vairāk nekā iepriekšējā;

(2) vienā rindā visi klucīši ir vienādā krāsā;

(3) blakus rindiņās klucīšu krāsa atšķiras;

(4) visā piramīdā kopā ir izmantots vienāds skaits zilo, sarkano un dzeltenu klucīšu.

Kāds mazākais skaits rindu var būt Alises izveidotajā piramīdā, ja tā atbilst visiem četriem nosacījumiem?

Uzrādi piemēru un pamato, kāpēc nevar būt mazāk rindas!

4. Skaitļu tabula

Tabulā ierakstīti deviņi skaitļi (skat. 6. zīm.). Vienā gājienā atļauts izvēlēties jebkurus divus skaitļus un samainīt tos vietām. Kāds mazākais gājienu skaits nepieciešams, lai iegūtu tabulu, kur katrā rindiņā ierakstīto skaitļu summa dalās ar 3?

Pamato, kāpēc ar mazāk gājieniem nepietiek!

7	5	4
11	10	16
22	19	8

6. zīm.

5. *Kabatas nauda*

Kādu dienu tētis saviem pieciem dēliem deva kabatas naudu. Ansis ievēroja, ka tētis viņam iedeva divreiz vairāk nekā pirmajam brālim, trīsreiz vairāk nekā otrajam brālim, četrreiz vairāk nekā trešajam brālim un piecreiz vairāk nekā ceturtajam brālim. Tāpat izrādījās, ka Jānis saņēma par 30 santīmiem mazāk nekā Mārtiņš.

Noskaidro, cik lielu kabatas naudu varēja saņemt Ansis!

Apskati visas iespējas!