




GALĪGĀS

ĢEOMETRIJAS

Baiba Āboltiņa

- 
- ĢEOMETRIJA
 - AFĪNĀ UN PROJEKTĪVĀ ĢEOMETRIJA
 - GALĪGĀ PLAKNE

- Sengrieķu matemātiķis **EIKLĪDS** apm. 300 g.p.m.ē. darbā **ELEMENTI** pirmo reizi izveidoja ģeometriju uz aksiomātiskiem pamatiem un sistematizēja visu līdz tam laikam zināmo ģeometrijas materiālu.



- Vācu matemātiķis **DĀVIDS HILBERTS** 1899.g. izdotajā darbā **ĢEOMETRIJAS PAMATI** modernizēja un sistematizēja Eiklīda ģeometriju un izstrādāja tās pilnīgu, neatkarīgu un nepretrunīgu aksiomu sistēmu.



AKSIOMAS

- 1.Incidences (piederības) aksiomas
- 2.Kārtības aksiomas
- 3.Kongruences (vienādības) aksiomas
- 4.Nepārtrauktības aksiomas
- 5.Paralelitātes aksioma:

Plaknē, kas satur taisni un punktu, eksistē ne vairāk kā viena taisne, kas iet caur šo punktu un nekrusto doto taisni.

Franču matemātiķis, fiziķis, filozofs un literāts **BLĒZS PASKĀLS** 1639.g. 16 gadu vecumā uzrakstīja darbu

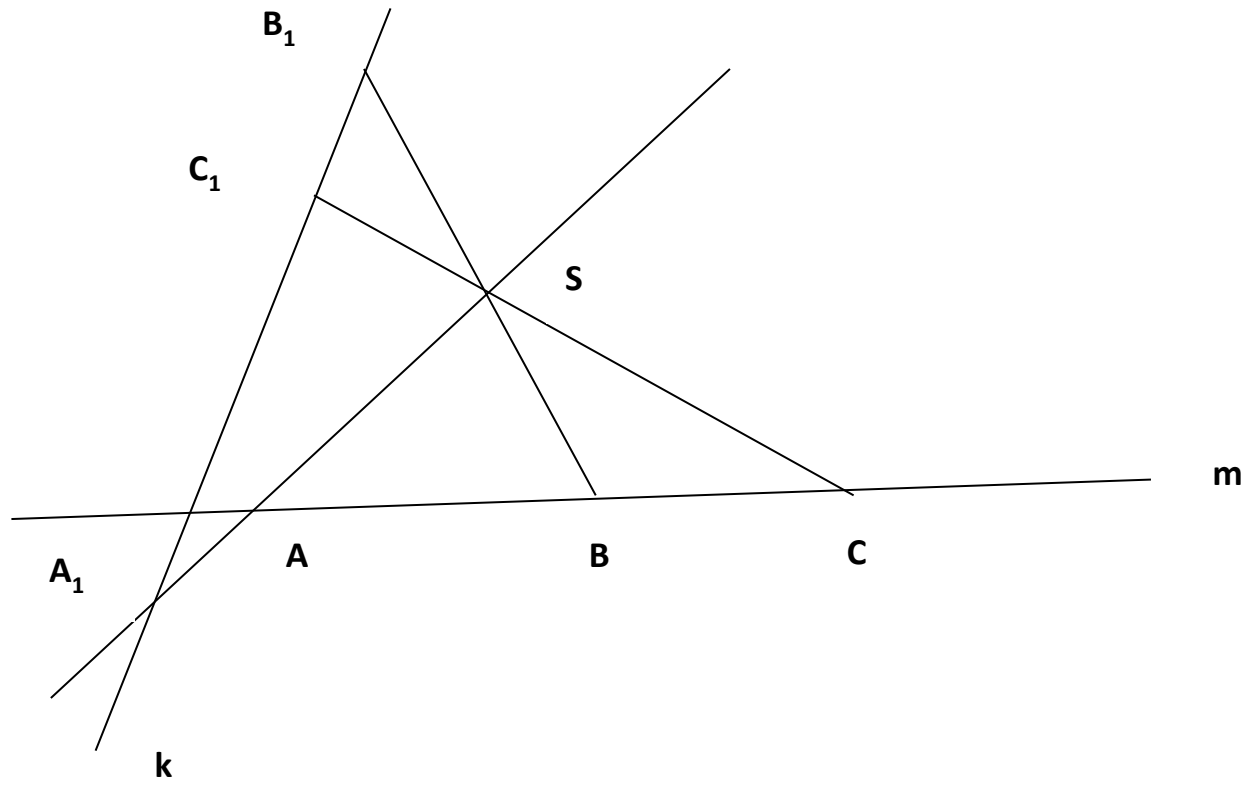
- **TRAKTĀTS PAR KONISKAJIEM ŠĶĒLUMIEM**, kurā pierādīja vienu no pirmajām projektīvās ģeometrijas teorēmām.



Franču matemātiķis **ŽERĀRS DEZARGS** 17.gs. sākumā izmantoja perspektīvu kā pētīšanas metodi un bija viens no projektīvās un tēlotājģeometrijas pamatlicējiem



Abu matemātiķu idejas tālākos pētījumos tika izmantotas tikai sākot ar 19.gs.



AFĪNĀ PLAKNE

- A_1 Jebkuriem diviem dažādiem punktiem eksistē viena vienīga taisne, kas tos satur.
- A_2 Jebkuram punktam un taisnei eksistē viena vienīga taisne, kas iet caur šo punktu un ir paralēla dotajai taisnei.
- A_3 Eksistē trīs punkti, kas neatrodas uz vienas taisnes.
- T_1 Jebkurām divām dažādām taisnēm ir ne vairāk kā viens kopīgs punkts.
- T_2 Afīnā plaknē ir vismaz 4 punkti. Eksistē afīnā plakne, kas sastāv no 4 punktiem.

PROJEKTĪVĀ PLAKNE

- Π_1 Jebkuriem diviem dažādiem punktiem eksistē viena vienīga taisne, kas tos satur.
- Π_2 Jebkuras divas taisnes krustojas vismaz vienā punktā.
- Π_3 Eksistē 4 punkti, no kuriem jebkuri 3 punkti neatrodas uz vienas taisnes.
- T_1 Jebkurām divām dažādām taisnēm ir tieši viens kopīgs punkts.
- T_2 Jebkura taisne satur vismaz 3 punktus.
- T_3 Jebkurš punkts pieder vismaz 3 taisnēm.

GALĪGĀ PROJEKTĪVĀ PLAKNE AR KĀRTU q

- Π_1 Jebkuriem diviem dažādiem punktiem eksistē viena vienīga taisne, kas tos satur.
- Π_2 Jebkuras divas taisnes krustojas vismaz vienā punktā.
- Π_3 Eksistē 4 punkti, no kuriem jebkuri 3 punkti neatrodas uz vienas taisnes.
- Π_4 Eksistē taisne, kas sastāv no $q+1$ punkta.

Secinājumi

1. Katra taisne satur $q+1$ punktu.
2. Caur katru punktu iet $q+1$ taisne.
3. Plakne satur q^2+q+1 punktu.
4. Plakne satur q^2+q+1 taisni.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
t_1	•	•	•				
t_2	•			•	•		
t_3	•					•	•
t_4		•		•		•	
t_5		•			•		•
t_6			•	•			•
t_7			•		•	•	

	P	Q	R	S	M	N	K
b_1	•	•			•		
b_2			•	•	•		
b_3		•	•			•	
b_4	•			•		•	
b_5	•		•				•
b_6		•		•			•
t					•	•	•

Amerikāņu matemātiķis **OSVALDS VEBLENS**

1906.g. pierādīja, ka eksistē galīgās plaknes, kuru kārtā q vienāda ar pirmskaitli vai pirmskaitļa pakāpi.

Amerikāņu matemātiķi **HERBERTS DŽONS RAIZERS** un **RIČARDS HŪBERTS BRUKS**

1949.g. pierādīja, ka neeksistē plaknes, ja to kārtā q vienāda ar skaitli, kuru dalot ar 4 atlikums ir 1 vai 2, un q nav izsakāms kā divu naturālu skaitļu kvadrātu summa.

Eksistē projektīvās plaknes ar kārtu 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 16, 17, 19, ...

Neeksistē projektīvās plaknes ar kārtu 6, 14, 21...

Nenoskaidrots jautājums par kārtu 10, 12, 15, 18 ...



LOKS UN OVĀLS

- Par **k-loku** sauc k punktu kopu, no kuriem nekādi trīs neatrodas uz vienas taisnes.
- k -loku sauc par **pilnu**, ja to nevar iekļaut $k+1$ -lokā.
- Par **ovālu** sauc loku, kura katram punktam ir tieši viena pieskare.

	P₁	P₂	P₃	P₄	P₅	P₆	P₇	P₈	P₉	P₁₀	P₁₁	P₁₂	P₁₃
t₁	•	•	•	•									
t₂	•				•	•	•						
t₃	•							•	•	•			
t₄	•										•	•	•
t₅		•			•			•			•		
t₆		•					•			•			•
t₇		•				•			•			•	
t₈			•		•				•				•
t₉			•				•	•				•	
t₁₀			•			•				•	•		
t₁₁				•	•					•		•	
t₁₂				•			•		•		•		
t₁₃				•		•		•					•

3-loks $P_1P_2P_5$

Sekantes t_1, t_2, t_5

Pieskares t_3, t_4 (punktā P_1),
 t_6, t_7 (punktā P_2),
 t_8, t_{11} (punktā P_5)

Ārējās taisnes $t_9, t_{10}, t_{12}, t_{13}$

4-loks $P_1P_2P_5P_9$ – ovāls

Sekantes $t_1, t_2, t_5, t_3, t_7, t_8$

Pieskares t_4 (punktā P_1),
 t_6 (punktā P_2),
 t_{11} (punktā P_5),
 t_{12} (punktā P_9)

Ārējās taisnes t_9, t_{10}, t_{13}

Paldies par uzmanību!

