

NEŠA LĪDZSVARS

SPĒĻU TEORIJA



Inese Bula

Latvijas Universitāte

MMU, 16.01.2021.

Attēls šeit un turpmāk – no interneta

Spēļu teorijas jēdziens

Spēļu teorija ir matemātikas nozare, kas pēta optimālās lēmumu pieņemšanas metodes konfliktsituācijās.

Konfliktu veido divu vai vairāku tā dalībnieku (turpmāk teiksim – spēlētāju) savstarpējās pretdarbības (turpmāk teiksim – stratēģijas).

Cietuma dilemma



Noķerti divi noziedznieki, kas piedalījušies bankas aplaupīšana, bet pierādījumu nav. Šerifs zina, ka katram no viņiem ir tikai divas iespējas: atzīties vai neatzīties. Šerifs ievieto noziedzniekus katru savā kamerā un katram no viņiem saka: "Ja tu neatzīsies un tavš biedrs neatzīsies, tad jūs abi izcietīsiet 3 mēnešu sodu. Ja tu neatzīsies, bet tavš biedrs atzīsies, tad tu saņemsi 10 gadus soda, bet viņš tiks brīvībā. Ja tu atzīsies, bet viņš nē, tad otrādi. Ja jūs abi atzīsieties, tad abi dabūsiet 8 gadus cietumsoda."



Kā rīkosies noziedznieki?

Spēles izveide (matemātiskais modelis)

Divi noziedznieki – divi spēlētāji

Neatzīties, atzīties – divas stratēģijas

S_{ij} – stratēģijas apzīmējums, *i* norāda spēlētāju,
j norāda stratēģiju

U_i – *i*-tā spēlētāja ieguvums

Var izveidot ieguvumu matricu abiem spēlētājiem atkarībā no tā, kāda stratēģija tiek veikta.

Divu spēlētāju spēles, kur ieguvumi attēloti matricā, sauc par **bimatricu spēlēm.**

Ieguvumu matrica

Ir 4 iespējamās
vērtības jeb
ieguvumi:

0 gadi **4**

3 mēneši **3**

8 gadi **2**

10 gadi **1**

2.spēlētājs 1.spēlētājs	S₂₁ Neatzīties	S₂₂ Atzīties
S₁₁ Neatzīties	(3;3)	(1;4)
S₁₂ Atzīties	(4;1)	(2;2)

Kas ir atrisinājums?

2.sp. 1.sp.	S₂₁ Neatzīties	S₂₂ Atzīties
S₁₁ Neatzīties	(3;3)	(1;4)
S₁₂ Atzīties	(4;1)	(2;2)

Ne vienmēr ir viennozīmīga atbilde.

Parasti apskata trīs dažādus risinājuma veidus:

- 1) dominējošo stratēģiju atrisinājums;
- 2) maxmin atrisinājums;
- 3) Neša līdzsvars.

Dominējošo stratēģiju atrisinājums

2.sp. 1.sp.	S₂₁ Neatzities	S₂₂ Atzities
S₁₁ Neatzities	(3;3)	(1;4)
S₁₂ Atzities	(4;1)	(2;2)

Ja spēlētājam ir tāda stratēģija, kuras ieguvumi ir lielāki, tad šo stratēģiju sauc par dominējošu.

Ja abiem spēlētājiem eksistē dominējošās stratēģijas, tad šo stratēģiju kombināciju sauc par **dominējošo stratēģiju atrisinājumu**.

1.spēlētājam ir dominējošā stratēģija **S₁₂**,

2.spēlētājam ir dominējošā stratēģija **S₂₂**,

tāpēc stratēģiju pāris (**S₁₂**; **S₂₂**) ir dominējošo stratēģiju atrisinājums.

Maxmin atrisinājums

2.spēlētājs	S₂₁ Neatzīties	S₂₂ Atzīties
1.spēlētājs		
S₁₁ Neatzīties	(3;3)	(1;4)
S₁₂ Atzīties	(4;1)	(2;2)

1 - 1.sp. *mazākais* ieguvums ar pirmo stratēģiju

2 - 1.sp. *mazākais* ieguvums ar otro stratēģiju

2.sp. *mazākie* ieguvumi

1

2

Lielākais garantētais ieguvums abiem ir 2.

Maxmin atrisinājums ir stratēģiju pāris (**S₁₂**; **S₂₂**) .

Neša līdzsvars

Par **Neša (*Nash*) līdzsvaru** sauc tādu spēlētāju stratēģiju kombināciju, pie kuras izvēles nevienam no spēlētājiem nav iespējams iegūt lielāku ieguvumu, izmainot savu stratēģiju, ja pārējie spēlētāji paliek pie šīs kombinācijas stratēģijām.

Neša līdzsvars

2.spēlētājs 1.spēlētājs	S₂₁ Neatzīties	S₂₂ Atzīties
S₁₁ Neatzīties	(3;3)	(1;4)
S₁₂ Atzīties	(4;1)	(2;2)

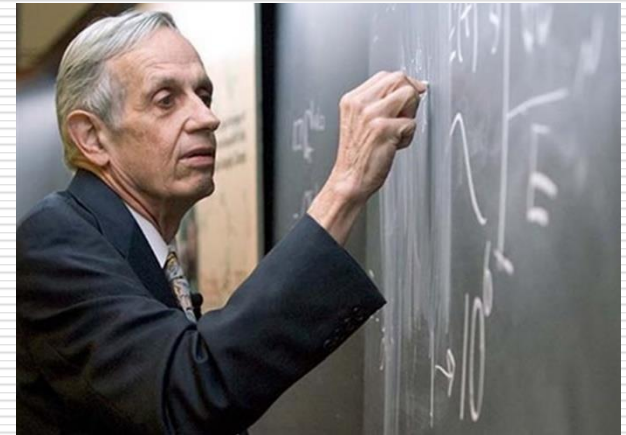
Neša līdzsvars ir stratēģiju pāris (**S₁₂**; **S₂₂**) .

Džons Nešs (*John Forbes Nash*, 13.06.1928.- 23.05.2015.)

Dzimis ASV, matemātiķis,
kuram 1959.gadā
uzstādīta diagnoze
šizofrēnija un kurš ar to
pratis sadzīvot.

1994 – Nobela prēmija
ekonomikā

2015 – Ābela prēmija
matemātikā



John Nash (1928-2015) Alicia Nash (1933-2015)

Beautiful Mind & Beautiful Life


MOVIE



REAL LIFE



"A Beautiful Mind", 2001



"You don't have to be
a mathematician
to have a feel for numbers."

www.ELITECOLUMN.com

**In a dream it's
typical not to be
rational**

John Forbes Nash



A Beautiful Mind

Dzimumu cīņa

Andris un Ilze ir nejauši satikušies
mazpilsētas parkā un uzrunājuši viens otru.

Viņi labprāt vakarā kaut kur kopīgi aizietu.

Ilze labprāt ietu uz kino, bet Andrim labāk patiktu
aizvilināt meiteni uz futbola spēli.

Viņi ir gandrīz vienojušies par kopīgo pasākumu, bet
Andrim piezvana darba kolēģis, tāpēc Andris strauji
atvadās no Ilzes un aizskrien uz darbu. Vēlāk abi
saprot, ka nav apmainījušies ar telefonu numuriem,
taču it kā ir vienojušies par kopīgu vakara pasākumu.

Abi zina, ka Ilze labāk ietu uz kino un Andris uz
futbolu, bet kopā būtu iet ar mieru gan uz vienu, gan
otru vietu. Vai iespējams šo situāciju atrisināt?



Ieguvumu matrica

Ilzes ieguvums (1.spēlētājs)

$$U1(\mathbf{K};\mathbf{K})=4 > U1(\mathbf{F};\mathbf{F})=3 > U1(\mathbf{K};\mathbf{F})=2 > U1(\mathbf{F};\mathbf{K})=1$$

Andra ieguvums (2.spēlētājs)

$$U2(\mathbf{F};\mathbf{F})=4 > U2(\mathbf{K};\mathbf{K})=3 > U2(\mathbf{K};\mathbf{F})=2 > U2(\mathbf{F};\mathbf{K})=1$$

2.sp.Andris → 1.sp. Ilze ↓	K	F
K	(4;3)	(2;2)
F	(1;1)	(3;4)

Vai iespējams saprātīgs risinājums?

Naudas spēle



Divi spēlētāji met monētu. Ja abiem uzkrīt vienādas puses, tad 1.spēlētājs maksā 2.spēlētājam 1 naudas vienību. Ja uzkrīt atšķirīgas monētas puses, tad 2.spēlētājs maksā 1.spēlētājam 1 naudas vienību.

2.sp. → 1.sp. ↓	cipars	ģerbonis
cipars	(-1;1)	(1;-1)
ģerbonis	(1;-1)	(-1;1)

Kā rīkoties šajā gadījumā?

Līdzīga spēle ar trīs stratēģijām "akmens, šķēres, papīrs".

3 stratēģijas

Jānis un Pēteris katrs savā dzīvoklī skatās TV. Pēkšņi tiek izsludināts konkurss, kurā piesakās tieši Jānis un Pēteris. Viņiem nekavējoties jāuzsāk ceļš uz TV studiju, jo pirmais, kurš nonāks studijā, balvā saņems 50 Eur. Viņiem ir trīs iespējas: braukt ar sabiedrisko transportu, kas izmaksā 2 Eur, braukt ar personīgo mašīnu, kas izmaksā 7 Eur, vai doties kājām.

Tiek pieņemts, ka abi dalībnieki atrodas vienādās pozīcijās: attālums līdz studijai vienāds, satiksmes ierobežojumi, ātruma izvēle ar attiecīgo transporta līdzekli vienāda, utt.. Turklāt zināms, ka dalībnieks, dodoties ar personīgo auto, apsteigs pretendentu, ja tas dosies ar kājām vai brauks ar sabiedrisko transportu; sabiedriskā transporta izmantotājs apsteigs kājāmgājēju. Ja abi dalībnieki ierodas TV studijā vienlaicīgi, t.i., izmanto vienu un to pašu pārvietošanās veidu, tad balva tiek sadalīta uz pusēm.

Kāds pārvietošanās veids jāizvēlas Jānim un Pēterim?

Ieguvumu matrica

2.sp. Pēteris → 1.sp. Jānis ↓	sab.trsp.	auto	kājām
Sab.trsp.	(23;23)	(-2;43)	(48;0)
auto	(43;-2)	(18;18)	(43;0)
kājām	(0;48)	(0;43)	(25;25)

Spēlē nav dominējošo stratēģiju.

Maxmin atrisinājums sakrīt ar Neša līdzsvaru (auto;auto)

PALDIES par uzmanību!

