

Grafi - 1.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 7 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Universitātes māja sastāv no daudzām istabām. Katrā istabā, kurā ir nepāra skaits durvju, atrodas dators. Mājai ir tieši vienas ieejas durvis, visas pārējās durvis ir starp istabām. Pierādīt, ka ir iespējams no ārpuses ienākt mājā un aiziet līdz kādam datoram.

2.uzdevums Kādā valstī ir N pilsētas. Jebkuras 2 pilsētas ir savienotas vai nu ar zemes ceļu, vai ar asfalta ceļu. Kāds tūrists vēlas ceļojumā apmeklēt katru pilsētu vienu reizi un beigās atgriezties sākuma pilsētā. Pierādīt, ka tūrists to var izdarīt, sava maršruta laikā mainot ceļa segumu ne vairāk kā vienu reizi.

3.uzdevums Pūķis sastāv no vairākām galvām un vairākiem kakliem, kur katrs kakls savieno divas galvas. Kad pūķa galvai A iecērt ar zobenu, visi no A izejošie kakli pazūd, taču izaug jauni kakli no A uz visām tām galvām, kas pirms pēdējā cirtiena nebija savienotas ar A . Bruņinieks uzveic pūķi, ja tas tiek sagriezts vismaz divās nesaistītās daļās. Atrast minimālo N vērtību, kam izpildās, ka bruņinieks jebkādu pūķi ar tieši 100 kakliem var uzveikt ne vairāk kā N cirtienos.

4.uzdevums Fizikis Kvantiņš nejauši atklāja jaunu elementārdaļiņu - *imonu*, un pēc neveiksmīga eksperimenta vairāki imoni parādījās viņa laboratorijā. Daži no imonu pāriem ir saistīti, un viens imons var izveidot vairākas saites. Kvantiņš ir atklājis, ka ar imoniem ir iespējams veikt divu veidu operācijas:

1. ja kāds imons ir saistīts ar nepāra skaitu imonu, tad šo imonu (un visas tā saites) var iznīcināt;
2. ir iespējams nodublēt visu laboratorijas imonu kopu tā, ka katram imonam I izveidojas atbilstošs imons I' . Šī procesa laikā I' un J' sasaistās tad un tikai tad, ja to oriģināli I un J bija sasaistīti, un, papildus tam, katrs I sasaistās ar tā kopiju I' . Citos brīžos saites neveidojas un nepazūd.

Pierādīt, ka ar šīm operācijām Kvantiņš spēj iegūt pilnīgi nesaistītu imonu saimi.