

Invarianti - 1.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 7 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Septiņās kuba virsotnēs ir ierakstīts skaitlis 0, bet astotajā – skaitlis 1. *Gājiena* laikā ir atļauts izvēlēties kādu kuba šķautni un abiem skaitļiem šīs šķautnes virsotnēs pieskaitīt 1. Vai ir iespējams, ka pēc galīga gājienu skaita tiek iegūts kubs, kura virsotnēs ir ierakstīti

- astoņi vienādi skaitļi?
- astoņi skaitļi, kur katrs no tiem dalās ar 3?

2.uzdevums Apaļa pica sastāv no $n \geq 3$ šķēlēm. Sākumā viena no šķēlēm ir apmesta ar sieru uz leju. Vienā gājienā atļauts izvēlēties vienu šķēli, kas ir ar sieru uz leju, apmest to ar sieru uz augšu un divas blakus stāvošās šķēles apmest otrādi. Kādām n vērtībām iespējams sasniegt stāvokli, kurā visas picas šķēles ir ar sieru uz augšu?

3.uzdevums Rūtiņu laukums 5×7 ir noklāts ar 3 rūtiņu L -veida figūrām (šādu figūru var izveidot, no 2×2 kvadrāta izgriežot 1 rūtiņu). Figūras drīkst pārklāties, bet tās neiziet ārpus laukuma robežām. Vai ir iespējams, ka ikvienu laukuma rūtiņu noklāj viens un tas pats skaits L -veida figūru?

4.uzdevums Uz tāfeles uzrakstīti 100 skaitļi, kas visi ir izvēlēti no reālo skaitļu intervāla $(0, 1)$. *Gājiena* laikā atļauts izvēlēties divus no uzrakstītajiem skaitļiem a, b , un tos aizstāt ar abām vienādojuma $x^2 - ax + b = 0$ reālajām saknēm, ja tādas eksistē. Ja vienādojumam reālu sakņu nav, tad minēto skaitļu pāri gājienā izvēlēties nedrīkst. Pierādīt, ka nav iespējams veikt bezgalīgu skaitu minēto gājienu.