

Kombinatoriskā optimizācija - 1.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 7 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Kādam Sultānam ļoti patīk bērni. Kādu reizi viņš noalgoja 100 zeltkaļus uz gadu un uzdeva viņiem uzdevumu - katru dienu gada garumā viņiem katram ir jāizgatavo rotaļlieta no precīzi 100 gramiem tīra zelta un jāpiegādā to uz Sultāna pili. Tad, gada beigās, Sultāns plāno apdāvināt visus sultanāta bērnus.

Par nelaimi ir pakļūdušas baumas, ka viens no zeltkaļiem ir negodīgs un šmaucas - katru dienu viņš piegādā rotaļlietu, kura sver 99 gramus prasīto 100 gramu vietā.

Sultānam ir pieejami digitāli svāri, kuru precizitāte ir 1 grams un maksimālais atļautais svārs nav ierobežots. Ar kādu mazāko svēršanu daudzumu viņš var noskaidrot, vai kāds zeltkalis ir krāpnieks, un ja jā, tad kurš no zeltkaļiem ir krāpnieks?

2.uzdevums Dots naturāls skaitlis k un plaknes punkts P . Filips vēlas uzzīmēt vairākas taisnes tā, lai jebkurš stars, kas iziet no P , krustotu vismaz k novilktais taisnes. Noteikt mazāko iespējamo taisņu skaitu, kas Filipam jānovelk, lai sasniegtu prasīto.

3.uzdevums Dots naturāls skaitlis $n \geq 3$, kuram uzzīmēts $n \times n$ rūtiņu laukums. Sākotnēji visas laukuma rūtiņas bija baltas. Par *peldošu plusu* saucam rūtiņu piecinieku (M, L, R, A, B) , kam izpildās, ka rūtiņa L atrodas vienā rindā ar rūtiņu M un pa kreisi no M , rūtiņa R atrodas vienā rindā ar M un pa labi no M , rūtiņa A atrodas vienā kolonnā ar M un uz augšu no M , rūtiņa B atrodas vienā kolonnā ar M un uz leju no M . Māris dotajā rūtiņu laukumā izkrāsoja k melnas rūtiņas tā, ka nevar atrast peldošu plusu no tikai melnām rūtiņām. Noteikt lielāko iespējamo rūtiņu skaitu k (atkarībā no n), ko Māris varēja šādi izkrāsot.

Piezīme. Nosauktās rūtiņas L, R, A, B ne obligāti atrodas tieši blakus M , starp tām var būt vairāku rūtiņu atstarpe.

4.uzdevums Doti naturāli skaitļi $n \geq 2$ un m . Rindā izvietotas m balsošanas kastes. Divi spēlētāji A un B spēlē spēli. Gājiena laikā A vispirms izvēlas divas kastes un katrā no tām iemet vienu balsojuma aploksnī. Pēc tam B izvēlas vienu kasti, un visas tajā esošās aploksnis izmet ārā. Tālāk sākas jauns gājiena. Spēlē uzvar A , ja pēc kāda gājiena var atrast kasti, kurā atrodas n aploksnis. Katram $n \geq 2$ atrast minimālo m vērtību, kurai A var garantēt uzvaru spēlē neatkarīgi no B darbībām.