

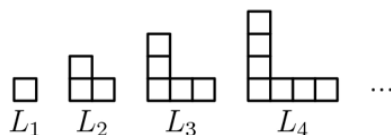
# Kombinatoriskā optimizācija - 2.mājasdarbs

**Ievads.** Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 7 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

**1.uzdevums** Dots naturāls skaitlis  $n \geq 2$ . Dainis saraksta skaitļus  $1, 2, \dots, n$  aplī tā, lai jebkuri divi blakus stāvoši skaitļi būtu savstarpēji pirmskaitļi. Tad Dainis novelk taisnu nogriezni starp jebkuriem diviem skaitļiem, kuri nav savstarpēji pirmskaitļi. Nogrieznim  $s$  ar  $d_s$  apzīmējam starpību starp tā galapunktos esošajiem skaitļiem, bet ar  $p_s$  apzīmējam nogriežņu skaitu, ko  $s$  krusto.

Atrast lielāko iespējamo  $n$  vērtību, kurai Dainis var skaitļus aplī sarakstīt tā, lai katram novilktajam nogrieznim  $s$  izpildītos  $p_s \leq |d_s|$ .

**2.uzdevums** Katram naturālam  $m$  definējam  $L_m$  kā figūru, kura iegūstama, pārklājoties diviem  $1 \times m$  un  $m \times 1$  taisnstūriem, kuriem kopīgs galējais  $1 \times 1$  kvadrāts (skatīties zīmējumā).



Izmantojot dažas no figūrām, kuras apzīmēsim  $L_{m_1}, L_{m_2}, \dots, L_{m_k}$ , tiek noklāts  $n \times n$  rūtiņu laukums, kur  $n$  ir dots naturāls skaitlis. Starp visiem iespējamajiem laukuma klājumiem atrast to, kuram summa  $m_1 + m_2 + \dots + m_k$  ir minimāla.

*Piezīme.* Noklājot laukumu, figūras drīkst rotēt, kā arī tās var pārklāties un iziet ārpus laukuma robežām. Drīkst arī izmantot vairākas viena tipa figūras.

**3.uzdevums** Ziemeļos  $N$  oligarhi uzbūvēja valsti ar  $N$  pilsētām, kur katra pilsēta pieder vienam oligarham. Papildus tam katrs oligarhs uzbūvēja dažus ceļus starp kaut kādām pilsētām, starp katru pilsētu pāri uzbūvējot ne vairāk kā 1 ceļu (ievērosim, ka starp divām pilsētām var būt vairāki ceļi, taču tie katrs pieder citam oligarham).

Kopā tika uzbūvēti  $d$  ceļi. Daži oligarhi vēlējās izveidot korporāciju, apvienojot sev piederošos ceļus un pilsētas, lai jebkurām divām korporācijā esošām pilsētām varētu no vienas uz otru aizbraukt tikai pa korporācijas ceļiem. Izrādījās, ka neviena oligarhu grupa, kurā ir mazāk par  $N$  oligarhiem, nevar izveidot derīgu korporāciju. Kāda ir maksimālā iespējamā  $d$  vērtība?

**4.uzdevums** Dots naturāls skaitlis  $m$ , kā arī  $m \times m$  rūtiņu laukums. Dažām rūtiņām centrā atrodas skudra. Laika brīdī 0 katra skudra sāk kustēties ar ātrumu 1 paralēli kādai no laukuma malām. Kad satiekas divas skudras, kuras iet pretējos virzienos, tās abas pagriežas par  $90^\circ$  pulksteņrādītāja virzienā un turpina kustēties ar ātrumu 1. Kad vienā punktā satiekas vairāk nekā 2 skudras, vai arī satiekas divas skudras, kas iet perpendikulāros virzienos, šīs skudras turpina kustēties tādā pašā virzienā, kā pirms tikšanās. Kad skudra sasniedz laukuma malu, tā no laukuma nokrīt un vairāk uz tā neparādās.

Aplūkojot visus iespējamus skudru sākuma izvietojumus, noteikt vēlāko iespējamo laika brīdi, kurā pēdējā skudra nokrīt no laukuma, vai arī pierādīt, ka šāds laika brīdis neeksistē.