1.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar $0-7$ punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Pierādīt, ka

- skaitlis $(bc-ad)(ac-bd)(ab-cd)$ ir vesela skaitļa kvadrāts, ja a, b, c, d ir veseli skaitļi ar īpašību, ka $a+b+c+d=0$.
- skaitlis $a^2+b^2+c^2$ ir vesela skaitļa kvadrāts, ka a, b, c ir veseli skaitļi ar īpašību, ja $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$.
- kādi divi no skaitļiem a, b, c ir vienādi savā starpā, ja a, b, c ir reāli skaitļi, kuriem izpildās $\sqrt[3]{a-b}+\sqrt[3]{b-c}+\sqrt[3]{c-a}=0$.
- $\frac{x^6+y^6+z^6}{x^3+y^3+z^3}=xyz$, ja x, y, z ir reāli skaitļi ar īpašību, ka $x+y+z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$.

2.uzdevums Atrast visus reālos skaitļu trijniekus (a, b, c), kuri apmierina vienādojumu sistēmu:

$$\begin{cases} a^2+4ab+b^2=1 \\ b^2+4bc+c^2=1 \\ c^2+4ac+a^2=-2 \end{cases}$$

3.uzdevums Doti no nulles atšķirīgi reāli skaitļi a, b, c ar īpašību, ka $a+b+c=0$. Pierādīt, ka

$$\frac{a^2+b^2}{a+b}+\frac{b^2+c^2}{b+c}+\frac{c^2+a^2}{c+a}=\frac{a^3}{bc}+\frac{b^3}{ca}+\frac{c^3}{ab}$$

4.uzdevums Atrast visus reālo skaitļu trijniekus (a, b, c) ar īpašību, ka $ab+bc+ca=1$ un

$$a^2b+c=b^2c+a=c^2a+b.$$