

2.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Atrast izteiksmes

- $\frac{abcd}{ab+cd} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)$ vērtību, ja $a + b = c + d = 5$.
- $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) (a + b - 1)$ vērtību, ja $a + b = a^2 + b^2$.
- $\frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{b+1}$ vērtību, ja $ab + a + b = 2$ un $ac + a + c = 8$.

2.uzdevums Pa pāriem atšķirīgiem reāliem skaitļiem a, b, c izpildās $a^3 - 3a = b^3 - 3b = c^3 - 3c$. Atrast visas iespējamās skaitļu $a^2 + ab + b^2$, $a + b + c$ un $a^2 + b^2 + c^2$ vērtības un pamatot, ka citu nav.

3.uzdevums Reāliem skaitļiem a un b izpildās sakarība

$$ab + \sqrt{ab + 1} + \sqrt{a^2 + b} \sqrt{a + b^2} = 0.$$

Atrast visas iespējamās izteiksmes

$$b\sqrt{a^2 + b} + a\sqrt{b^2 + a}$$

vērtības un pamatot, ka citu nav.

4.uzdevums Dots naturāls skaitlis $n \geq 4$. Atrast visus pozitīvos reālo skaitļu atrisinājumus sekojošai $2n$ vienādojumu sistēmai

$$\begin{array}{ll} a_1 = \frac{1}{a_{2n}} + \frac{1}{a_2}, & a_2 = a_1 + a_3, \\ a_3 = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_4}, & a_4 = a_3 + a_5, \\ a_5 = \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_6}, & a_6 = a_5 + a_7 \\ \vdots & \vdots \\ a_{2n-1} = \frac{1}{a_{2n-2}} + \frac{1}{a_{2n}}, & a_{2n} = a_{2n-1} + a_1 \end{array}$$