

1.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Vai eksistē injektīva funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ar īpašību, ka visiem reāliem skaitļiem x izpildās

$$f(x^2) - f(x)^2 \geq \frac{1}{4}?$$

2.uzdevums Atrast visas funkcijas $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ar īpašību, ka visiem veseliem skaitļiem m, n izpildās

$$f(m^2) + f(mf(n)) = f(m+n)f(m).$$

3.uzdevums Atrast visas funkcijas $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ar īpašību, ka visiem reāliem skaitļiem x, y izpildās:

$$f(f(x) + y) = \lfloor x + f(f(y)) \rfloor.$$

Piezīme. Ar $\lfloor z \rfloor$ apzīmē lielāko veselo skaitli, kas ir mazāks vai vienāds ar z . Piemēram, $\lfloor -\pi \rfloor = -4$ un $\lfloor 2 \rfloor = \lfloor 2,9 \rfloor = 2$.

4.uzdevums Atrast visas funkcijas $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, kurām visiem reāliem skaitļiem x, y izpildās

$$f(x^2 - y) + 2yf(x) = f(f(x)) + f(y).$$