

# 1.mājasdarbs

**Ievads.** Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

**1.uzdevums** Dots, ka  $b$  un  $c$  ir naturāli skaitļi un kvadrātvienādojuma  $x^2 - bx + c = 0$  reālās saknes ir  $x_1$  un  $x_2$ . Pierādīt, ka a)  $x_1^2 + x_2^2 + 2024$ ; b)  $x_1^3 + x_2^3$  ir naturāls skaitlis.

**2.uzdevums** Doti moniski trešās pakāpes polinomi  $P(x), Q(x)$  ar reāliem koeficientiem ar īpašību, ka vienādojumiem  $P(x) = 0, Q(x) = 0$  un  $P(x) = Q(x)$  kopā ir 8 dažādas reālas saknes. Pierādīt, ka mazākā un lielākā no šīm 8 saknēm nevar būt vienlaikus polinoma  $P(x)$  saknes.

**3.uzdevums** Dots polinoms  $P(x)$  ar reāliem koeficientiem, kura pakāpe ir  $n > 1$ . Zināms, ka vienādojumam  $P(P(P(x))) = P(x)$  ir  $n^3$  dažādas reālas saknes. Pierādīt, ka šīs saknes var sadalīt divās grupās ar īpašību, ka abās grupās esošu skaitļu vidējais aritmētiskais ir vienāds.

**4.uzdevums** Sākumā datora atmiņā ir tikai polinoms  $P(x) = x^2 - 1$ . Katru sekundi dators vai nu izvēlas vienu patvaļīgu polinomu  $Q(x)$  no savas atmiņas un saglabā savā atmiņā polinomu  $Q(x^2 - 1)$  un  $Q(x)^2 - 1$  vai nu izvēlas divus patvaļīgus polinomu  $R(x)$  un  $S(x)$  no savas atmiņas un saglabā savā atmiņā polinomu  $\frac{R(x)+S(x)}{2}$ . Neviens polinoms nepazūd no datora atmiņas. Vai var gadīties, ka pēc kāda laika datora atmiņā būs polinoms  $T(x) = \frac{(x^2-1)^{2048}}{1024} - 1$ ?