

# 1.mājasdarbs

**Ievads.** Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

**1.uzdevums** Naturālam skaitlim  $n$  eksistē 2 dažādi naturāli dalītāji  $a$  un  $b$  ar īpašību, ka  $(a-1)(b+2) = n-2$ . Pierādīt, ka skaitlis  $2n$  ir naturāla skaitļa kvadrāts.

**2.uzdevums** Atrast visus naturālo skaitļu pārus  $(n, d)$  ar īpašību, ka  $d \mid n^2$  un  $(n-d)^2 < 2d$ .

**3.uzdevums** Atrast visas funkcijas  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , kurām visiem naturāliem skaitļiem  $m$  un  $n$  skaitlis  $f(m) + f(n) - mn$  ir atšķirīgs no 0 un dala skaitli  $mf(m) + nf(n)$ .

**4.uzdevums** Sauksim naturālu skaitli  $n$  par *sigma meiteni*, ja jebkuram skaitļa  $n$  dalītājam  $d$  skaitlis  $n(n+1)$  dalās ar ar skaitli  $d(d+1)$ . Pierādīt, ka jebkuriem 4 sigma meitene skaitļiem  $A, B, C$  un  $D$  izpildās

$$\text{LKD}(A, B, C, D) = 1.$$