

2.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Dota naturālu skaitļu virkne a_1, a_2, a_3, \dots ar īpašību, ka visiem naturāliem skaitļiem k, l izpildās $k + l \mid a_k + a_l$. Pierādīt, ka visiem naturāliem skaitļiem $k > l$ skaitlis $a_k - a_l$ dalās ar skaitli $k - l$.

2.uzdevums Pierādīt, ka neeksistē naturāli skaitļi a, b, c ar īpašību, ka katrs no skaitļiem $a^3b + 1, b^3c + 1, c^3a + 1$ dalās ar skaitli $a^2 + b^2 + c^2$.

3.uzdevums Atrast visas funkcijas $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, kurām visiem naturāliem skaitļiem m, n izpildās

$$\text{MKD}(m, f(m + f(n))) = \text{MKD}(f(m), f(m) + n).$$

4.uzdevums Atrast visus naturālo skaitļu pārus (a, b) ar īpašību, ka $a^2 \mid b^3 + 1$ un $b^2 \mid a^3 + 1$.