

2.mājasdarbs

Ievads. Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

1.uzdevums Dota naturālu skaitļu kopa $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Pierādīt, ka eksistē tāds naturāls skaitlis b , ka visi skaitļi kopā $\{ba_1, ba_2, \dots, ba_n\}$ ir veselu skaitļu pakāpes (iespējamās dažādas), kuras ir lielākas par 1.

2.uzdevums Atrast visus naturālo skaitļus n ar īpašību, ka skaitļus no 1 līdz $2n$ var sadalīt 2 grupās (a_1, a_2, \dots, a_n) , (b_1, b_2, \dots, b_n) tā, ka katrs skaitlis ir tieši vienā grupā un $2n \mid a_1 a_2 \cdots a_n + b_1 b_2 \cdots b_n - 1$.

3.uzdevums Atrast visas funkcijas $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, kurām visiem naturāliem skaitļiem n un pirmskaitļiem p izpildās

$$p \mid f(n)f(p-1)! + n^{f(p)}.$$

4.uzdevums Pierādīt, ka katram pirmskaitlim p eksistē naturāls skaitlis n ar īpašību, ka

$$1^n + 2^{n-1} + 3^{n-2} + \dots + n^1 \equiv 2020 \pmod{p}.$$