

## 2.mājasdarbs

**Ievads.** Šajā mājasdarbā Jums tiek piedāvāti 4 uzdevumi, kuri ir sakārtoti grūtību pieaugošā secībā. Katrs uzdevums tiek novērtēts ar 0–7 punktiem. Punkti tiek piešķirti arī par ne līdz galam atrisinātiem uzdevumiem, ja ir iegūti noderīgi rezultāti. Risinājumu iesniegšanai izmantot NMS mājaslapā esošo formu.

**1.uzdevums** Katram naturālam skaitlim  $k \geq 2$  atrast visus iespējumus naturālus skaitļus  $n_1, n_2, \dots, n_k$  ar īpašību, ka

$$n_1 | 2^{n_2} - 1, n_2 | 2^{n_3} - 1, \dots, n_k | 2^{n_1} - 1.$$

**2.uzdevums** Dots naturāls skaitlis  $k$ . Atrast visus naturālus skaitļus  $n$  ar īpašību, ka

$$3^k | 2^n - 1.$$

**3.uzdevums** Dots naturāls skaitlis  $n$  ar īpašību, ka  $2^a 3^b + 1$  nedalās ar  $n$  jebkuriem naturāliem  $a$  un  $b$ . Vai var gadīties tā, ka  $2^c + 3^d$  dalās ar  $n$  kādiem naturāliem skaitļiem  $c$  un  $d$ ?

**4.uzdevums** Pierādīt, ka katram pirmskaitlim  $p$  eksistē bezgalīgi daudz naturālo skaitļu  $n$  tādu, ka

$$2^{2^{\dots 2^n}} \equiv n^{2^{\dots 2^2}} \pmod{p},$$

kur katrā pusē pakāpē divnieks parādās 1397 reizes.