Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

5. klase

1. Doti trīs kvadrāti. Zilā kvadrāta malas garums ir 10 cm, sarkanā kvadrāta perimetrs ir par 80% lielāks nekā zilā kvadrāta perimetrs, bet zaļā kvadrāta laukums ir 4 reizes mazāks nekā zilā kvadrāta laukums.
a) Par cik sarkanā kvadrāta laukums ir lielāks nekā zilā kvadrāta laukums?
b) Par cik procentiem zaļā kvadrāta perimetrs ir mazāks nekā zilā kvadrāta perimetrs?

2. Uz galda ir divas vāzes ar tulpēm – vienā vāzē ir 46 tulpes, bet otrā – 43 tulpes. Divi spēlētāji pamīšus ņem no tām ārā tulpes. Vienā gājienā viens spēlētājs izvēlas kādu no šīm vāzēm un no tās izņem vai nu 1 tulpi, vai arī 3 tulpes. Zaudē tas spēlētājs, kuram vairs nav ko paņemt. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Vai var novietot plaknē 5 taisnes tā, lai katras divas no tām krustotos un kopā būtu tieši 6 krustpunkti?

4. Kāds mazākais skaits rūtiņu jāiekrāso kvadrātā 4×4, lai katrai no neiekrāsotajām rūtiņām būtu vismaz viena kopēja mala ar iekrāsoto rūtiņu? *Pamato, ka tas ir mazākais iespējamais skaits!*

5. Atrodi visus tādus sešciparu skaitļus, kuriem visi seši cipari ir vienādi un kurus var izteikt kā sešu dažādu pirmskaitļu reizinājumu! *Pamato, ka atrasti ir visi tādi skaitļi un citu vairs nav!*

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

5. klase

1. Doti trīs kvadrāti. Zilā kvadrāta malas garums ir 10 cm, sarkanā kvadrāta perimetrs ir par 80% lielāks nekā zilā kvadrāta perimetrs, bet zaļā kvadrāta laukums ir 4 reizes mazāks nekā zilā kvadrāta laukums.
a) Par cik sarkanā kvadrāta laukums ir lielāks nekā zilā kvadrāta laukums?
b) Par cik procentiem zaļā kvadrāta perimetrs ir mazāks nekā zilā kvadrāta perimetrs?

2. Uz galda ir divas vāzes ar tulpēm – vienā vāzē ir 46 tulpes, bet otrā – 43 tulpes. Divi spēlētāji pamīšus ņem no tām ārā tulpes. Vienā gājienā viens spēlētājs izvēlas kādu no šīm vāzēm un no tās izņem vai nu 1 tulpi, vai arī 3 tulpes. Zaudē tas spēlētājs, kuram vairs nav ko paņemt. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Vai var novietot plaknē 5 taisnes tā, lai katras divas no tām krustotos un kopā būtu tieši 6 krustpunkti?

4. Kāds mazākais skaits rūtiņu jāiekrāso kvadrātā 4×4, lai katrai no neiekrāsotajām rūtiņām būtu vismaz viena kopēja mala ar iekrāsoto rūtiņu? *Pamato, ka tas ir mazākais iespējamais skaits!*

5. Atrodi visus tādus sešciparu skaitļus, kuriem visi seši cipari ir vienādi un kurus var izteikt kā sešu dažādu pirmskaitļu reizinājumu! *Pamato, ka atrasti ir visi tādi skaitļi un citu vairs nav!*

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

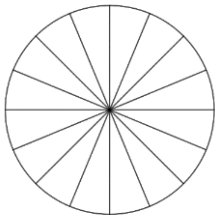
Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

6. klase

1. Uzraksti daļas augošā secībā! *Pamato!*

$$\frac{16}{17};\frac{441}{439};\frac{11}{12};\frac{391}{389};\frac{21}{23}.$$

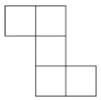
2. Riņķis sadalīts 16 vienādās daļās (skat. 1. att.). Divi spēlētāji pamīšus tās aizkrāso. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot vai nu vienu no šīm daļām, vai divas blakus esošas daļas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?



1. att.

3. Cik lielu leņķi (šaurāko) veido pulksteņa stundu un minūšu rādītājs **a)** plkst. 14:00; **b)** plkst. 13:40?

4. Parādi, kā no taisnstūra ar izmēriem 6×10 rūtiņas var izgriezt **a)** 9, **b)** 10 figūras, kādas redzamas 2. att.! Figūras var būt pagrieztas vai apgāztas otrādi.



2. att.

5. Vai skaitlis 1234…9899 (pēc kārtas bez atstarpēm uzrakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 99) dalās ar 9?

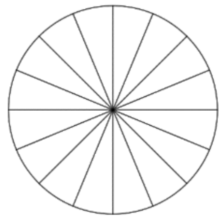
Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

6. klase

1. Uzraksti daļas augošā secībā! Pamato!

$$\frac{16}{17};\frac{441}{439};\frac{11}{12};\frac{391}{389};\frac{21}{23}.$$

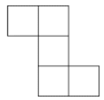
2. Riņķis sadalīts 16 vienādās daļās (skat. 1. att.). Divi spēlētāji pamīšus tās aizkrāso. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot vai nu vienu no šīm daļām, vai divas blakus esošas daļas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?



1. att.

3. Cik lielu leņķi (šaurāko) veido pulksteņa stundu un minūšu rādītājs a) plkst. 14:00; b) plkst. 13:40?

4. Parādi, kā no taisnstūra ar izmēriem 6×10 rūtiņas var izgriezt a) 9, b) 10 figūras, kādas redzamas 2. att.! Figūras var būt pagrieztas vai apgāztas otrādi.



2. att.

5. Vai skaitlis 1234…9899 (pēc kārtas bez atstarpēm uzrakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 99) dalās ar 9?

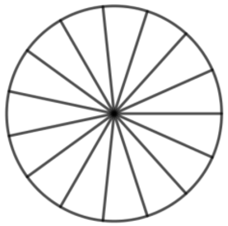
2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

7. klase

1. Dotas divas funkcijas $f(x) = ax + b$ un $g(x) = cx + d$. Zināms, ka katrai x vērtībai pastāv nevienādība $f(x) > g(x)$. Noskaidrot, vai $(a - c)$ var būt pozitīvs, negatīvs skaitlis vai nulle!

2. Riņķis sadalīts 15 vienādās daļās (skat. 1. att.). Divi spēlētāji pamīšus tās aizkrāso. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot vai nu vienu no šīm daļām, vai divas blakus esošas daļas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?



1. att.

3. Izliektā četrstūrī $ABCD$ leņķu BAD un ADC bisektrises krustojas punktā M. Pierādīt, ka $BM = CM$, ja zināms, ka $AD = AB + CD$.
Piezīme. Četrstūri sauc par izliektu, ja visi tā iekšējie leņķi ir mazāki nekā $180°$.

4. Andris apgalvo, ka sapnī bijis kādā Ēģiptes piramīdā un kādā tās telpā redzējis tādu piecstūri, kas salikts no diviem vienādiem piecstūriem, kuri sastāvējuši no vienādiem regulāriem trijstūriem. Uzzīmē šādu piecstūri!

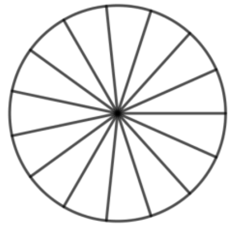
5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā septiņu naturālu skaitļu reizinājumu tā, lai to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

7. klase

1. Dotas divas funkcijas $f(x) = ax + b$ un $g(x) = cx + d$. Zināms, ka katrai x vērtībai pastāv nevienādība $f(x) > g(x)$. Noskaidrot, vai $(a - c)$ var būt pozitīvs, negatīvs skaitlis vai nulle!

2. Riņķis sadalīts 15 vienādās daļās (skat. 1. att.). Divi spēlētāji pamīšus tās aizkrāso. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot vai nu vienu no šīm daļām, vai divas blakus esošas daļas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?



1. att.

3. Izliektā četrstūrī $ABCD$ leņķu BAD un ADC bisektrises krustojas punktā M. Pierādīt, ka $BM = CM$, ja zināms, ka $AD = AB + CD$.
Piezīme. Četrstūri sauc par izliektu, ja visi tā iekšējie leņķi ir mazāki nekā $180°$.

4. Andris apgalvo, ka sapnī bijis kādā Ēģiptes piramīdā un kādā tās telpā redzējis tādu piecstūri, kas salikts no diviem vienādiem piecstūriem, kuri sastāvējuši no vienādiem regulāriem trijstūriem. Uzzīmē šādu piecstūri!

5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā septiņu naturālu skaitļu reizinājumu tā, lai to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

8. klase

1. Atjaunojot taisnu žogu, Raimonds izraka vecos žoga stabus, kuri atradās 8 metru attālumā viens no otra un kuru skaits bija nepāra skaitlis. Raimonds sanesa visus stabus pie vidējā, nesdams tos pa vienam un sākdams ar vienu no malējiem stabiem. Cik bija stabu, ja viņš nostaigāja 840 m?

2. Divi spēlētāji pamīšus izvieto kauliņus tabulas 6×6 rūtiņās. Vienā gājienā var aizpildīt vai nu vienu tukšu rūtiņu, vai vairākas tukšas rūtiņas, kuras atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā. Tas spēlētājs, kas nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots paralelograms $ABCD$. Leņķa BAD bisektrise krusto malu BC iekšējā punktā E un CD pagarinājumu punktā F. Pierādīt, ka $BC = DF$, ja zināms, ka DE ir perpendikulārs AF.

4. Mežā dzīvo m rūķīši. Daži no tiem savā starpā draudzējas (ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A), pie tam katra rūķīša draugu skaits ir kāda naturāla skaitļa kubs. Kādām m vērtībām tas ir iespējams?

5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā sešu naturālu skaitļu reizinājumu tā, ka neviens no tiem nav mazāks kā 10 un to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

8. klase

1. Atjaunojot taisnu žogu, Raimonds izraka vecos žoga stabus, kuri atradās 8 metru attālumā viens no otra un kuru skaits bija nepāra skaitlis. Raimonds sanesa visus stabus pie vidējā, nesdams tos pa vienam un sākdams ar vienu no malējiem stabiem. Cik bija stabu, ja viņš nostaigāja 840 m?

2. Divi spēlētāji pamīšus izvieto kauliņus tabulas 6×6 rūtiņās. Vienā gājienā var aizpildīt vai nu vienu tukšu rūtiņu, vai vairākas tukšas rūtiņas, kuras atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā. Tas spēlētājs, kas nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots paralelograms $ABCD$. Leņķa BAD bisektrise krusto malu BC iekšējā punktā E un CD pagarinājumu punktā F. Pierādīt, ka $BC = DF$, ja zināms, ka DE ir perpendikulārs AF.

4. Mežā dzīvo m rūķīši. Daži no tiem savā starpā draudzējas (ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A), pie tam katra rūķīša draugu skaits ir kāda naturāla skaitļa kubs. Kādām m vērtībām tas ir iespējams?

5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā sešu naturālu skaitļu reizinājumu tā, ka neviens no tiem nav mazāks kā 10 un to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

9. klase

1. Plaknē novilktas 5 vertikālas, 4 horizontālas un 3 savstarpēji paralēlas slīpas taisnes. Cik paralelogramu izveido šīs taisnes?

2. Divi spēlētāji pamīšus aizkrāso tabulas 9×9 rūtiņas. Spēlētājs, kurš spēli sāk, krāso rūtiņas melnā krāsā, viņa pretinieks – zilā krāsā. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot tieši vienu rūtiņu. Kad visas rūtiņas ir aizkrāsotas, tad saskaita, cik ir tādu rindu un kolonnu, kuros melno rūtiņu ir vairāk nekā zilo – tie ir punkti, kurus ieguvis pirmais spēlētājs. Rindu un kolonnu skaits, kuros zilo rūtiņu ir vairāk nekā melno, ir otrā spēlētāja iegūtie punkti. Uzvar tas spēlētājs, kurš ir ieguvis vairāk punktu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots vienādsānu taisnleņķa trijstūris ABC ar taisno leņķi C. Uz tā hipotenūzas konstruēts taisnstūris $ABNM$ tā, ka punkti C un N atrodas dažādās pusēs no taisnes AB un $AC = AM$. Nogrieznis CM krusto AB punktā P. Punkts L ir malas MN viduspunkts. Nogrieznis CL krusto PN punktā Q. Pierādīt, ka **a)** trijstūris CBP ir vienādsānu; **b)** četrstūris $QNBC$ ir rombs!

4. Ja naturāla sešciparu skaitļa visus nepāra ciparus aizvietotu ar 7, iegūtu skaitli, kas ir par 5998 lielāks nekā sākotnējais skaitlis. Savukārt, ja sākotnējā skaitlī ar 7 aizvietotu visus pāra ciparus, tad iegūtais skaitlis būtu par 500290 lielāks nekā sākotnējais. Atrast doto sešciparu skaitli!

5. Vai eksistē tāds kvadrātvienādojums ar veseliem koeficientiem, kuram ir sakne
$$(\sqrt{2020} - 2\sqrt{2019} + \sqrt{2018})(\sqrt{2020} + \sqrt{2019})(\sqrt{2019} + \sqrt{2018})(\sqrt{2020} + \sqrt{2018}) \ ?$$

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

9. klase

1. Plaknē novilktas 5 vertikālas, 4 horizontālas un 3 savstarpēji paralēlas slīpas taisnes. Cik paralelogramu izveido šīs taisnes?

2. Divi spēlētāji pamīšus aizkrāso tabulas 9×9 rūtiņas. Spēlētājs, kurš spēli sāk, krāso rūtiņas melnā krāsā, viņa pretinieks – zilā krāsā. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot tieši vienu rūtiņu. Kad visas rūtiņas ir aizkrāsotas, tad saskaita, cik ir tādu rindu un kolonnu, kuros melno rūtiņu ir vairāk nekā zilo – tie ir punkti, kurus ieguvis pirmais spēlētājs. Rindu un kolonnu skaits, kuros zilo rūtiņu ir vairāk nekā melno, ir otrā spēlētāja iegūtie punkti. Uzvar tas spēlētājs, kurš ir ieguvis vairāk punktu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots vienādsānu taisnleņķa trijstūris ABC ar taisno leņķi C. Uz tā hipotenūzas konstruēts taisnstūris $ABNM$ tā, ka punkti C un N atrodas dažādās pusēs no taisnes AB un $AC = AM$. Nogrieznis CM krusto AB punktā P. Punkts L ir malas MN viduspunkts. Nogrieznis CL krusto PN punktā Q. Pierādīt, ka **a)** trijstūris CBP ir vienādsānu; **b)** četrstūris $QNBC$ ir rombs!

4. Ja naturāla sešciparu skaitļa visus nepāra ciparus aizvietotu ar 7, iegūtu skaitli, kas ir par 5998 lielāks nekā sākotnējais skaitlis. Savukārt, ja sākotnējā skaitlī ar 7 aizvietotu visus pāra ciparus, tad iegūtais skaitlis būtu par 500290 lielāks nekā sākotnējais. Atrast doto sešciparu skaitli!

5. Vai eksistē tāds kvadrātvienādojums ar veseliem koeficientiem, kuram ir sakne
$$(\sqrt{2020} - 2\sqrt{2019} + \sqrt{2018})(\sqrt{2020} + \sqrt{2019})(\sqrt{2019} + \sqrt{2018})(\sqrt{2020} + \sqrt{2018}) \ ?$$

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

10. klase

1. Pierādīt, ka visām naturālām n vērtībām ir spēkā vienādība

$$6+24+60+\cdots+n(n+1)(n+2)=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

2. Dots taisnstūris 90×19 rūtiņas. Vienā gājienā spēlētājs var aizkrāsot $n\times n$ rūtiņu kvadrātu (piemēram, 1×1, 2×2 utt.), kura visas rūtiņas ir neaizkrāsotas. Zaudē tas, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots taisnstūris $ABCD$, kur $AB<BC$. Uz malas BC izvēlēts tāds punkts E, ka $AE=AD$. Leņķa DAE bisektrise krusto malu CD punktā F. Trijstūrī ADE novilkts augstums EG. Pierādīt, ka $\sphericalangle AGC=\sphericalangle AFC$.

4. Kādām naturālām n vērtībām izteiksme n^2+n+19 ir kāda naturāla skaitļa kvadrāts?

5. No visiem karalienes dimantiem vissmagākais sver tieši 6 reizes mazāk nekā visi pārējie kopā, trešais smagākais sver tieši 9 reizes mazāk nekā visi pārējie kopā, bet visvieglākais sver tieši 11 reizes mazāk nekā visi pārējie dimanti kopā. Cik dimantu ir karalienei?

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

10. klase

1. Pierādīt, ka visām naturālām n vērtībām ir spēkā vienādība

$$6+24+60+\cdots+n(n+1)(n+2)=\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

2. Dots taisnstūris 90×19 rūtiņas. Vienā gājienā spēlētājs var aizkrāsot $n\times n$ rūtiņu kvadrātu (piemēram, 1×1, 2×2 utt.), kura visas rūtiņas ir neaizkrāsotas. Zaudē tas, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots taisnstūris $ABCD$, kur $AB<BC$. Uz malas BC izvēlēts tāds punkts E, ka $AE=AD$. Leņķa DAE bisektrise krusto malu CD punktā F. Trijstūrī ADE novilkts augstums EG. Pierādīt, ka $\sphericalangle AGC=\sphericalangle AFC$.

4. Kādām naturālām n vērtībām izteiksme n^2+n+19 ir kāda naturāla skaitļa kvadrāts?

5. No visiem karalienes dimantiem vissmagākais sver tieši 6 reizes mazāk nekā visi pārējie kopā, trešais smagākais sver tieši 9 reizes mazāk nekā visi pārējie kopā, bet visvieglākais sver tieši 11 reizes mazāk nekā visi pārējie dimanti kopā. Cik dimantu ir karalienei?

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

11. klase

1. Atrisināt nevienādību

$$\frac{(x-20)^{19}\cdot(x+4)}{\left(\sqrt{x^2+4}\right)(9-x^2)}\geq 0$$

2. Divi spēlētāji pamīšus raksta uz tāfeles skaitļa 216 naturālos dalītājus. Katrā gājienā jāievēro šādi noteikumi:

- nedrīkst atkārtoti rakstīt jau uzrakstītu dalītāju;
- nedrīkst rakstīt dalītāju, kurš ir tieši 2 vai 3 reizes lielāks vai mazāks nekā kāds jau uzrakstītais dalītājs.

Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Uz trijstūra ABC malām AB un BC izvēlēti attiecīgi tādi punkti D un E, ka $AC \parallel DE$. Nogriežņi AE un CD krustojas punktā F. Punkti B, D, E un F atrodas uz vienas riņķa līnijas. Taisne BF krusto malu AC punktā H un trijstūrim ABC apvilkto riņķa līniju punktā G. Pierādīt, ka $FH=GH$.

4. Zināms, ka vairāku naturālu skaitļu summa ir **a)** 2019, **b)** 2020. Kāds ir lielākais iespējamais šo skaitļu reizinājums?

5. Dots reāls skaitlis x un naturāls skaitlis n. Zināms, ka gan x^2-nx, gan x^3-nx ir racionāli skaitļi. Pierādīt, ka arī x ir racionāls skaitlis!

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

11. klase

1. Atrisināt nevienādību

$$\frac{(x-20)^{19}\cdot(x+4)}{\left(\sqrt{x^2+4}\right)(9-x^2)}\geq 0$$

2. Divi spēlētāji pamīšus raksta uz tāfeles skaitļa 216 naturālos dalītājus. Katrā gājienā jāievēro šādi noteikumi:

- nedrīkst atkārtoti rakstīt jau uzrakstītu dalītāju;
- nedrīkst rakstīt dalītāju, kurš ir tieši 2 vai 3 reizes lielāks vai mazāks nekā kāds jau uzrakstītais dalītājs.

Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Uz trijstūra ABC malām AB un BC izvēlēti attiecīgi tādi punkti D un E, ka $AC \parallel DE$. Nogriežņi AE un CD krustojas punktā F. Punkti B, D, E un F atrodas uz vienas riņķa līnijas. Taisne BF krusto malu AC punktā H un trijstūrim ABC apvilkto riņķa līniju punktā G. Pierādīt, ka $FH=GH$.

4. Zināms, ka vairāku naturālu skaitļu summa ir **a)** 2019, **b)** 2020. Kāds ir lielākais iespējamais šo skaitļu reizinājums?

5. Dots reāls skaitlis x un naturāls skaitlis n. Zināms, ka gan x^2-nx, gan x^3-nx ir racionāli skaitļi. Pierādīt, ka arī x ir racionāls skaitlis!

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

12. klase

1. Atrisināt vienādojumu

$$\cos 3x \cos 2x + \sin 2x \sin 3x = \left(\cos\frac{\pi}{10} - \sin\frac{\pi}{10}\right)\left(\sin\frac{\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10}\right)$$

2. Divi spēlētāji pamīšus raksta uz tāfeles skaitļa 144 naturālos dalītājus. Katrā gājienā jāievēro šādi noteikumi:

- nedrīkst atkārtoti rakstīt jau uzrakstītu dalītāju;
- nedrīkst rakstīt dalītāju, kurš ir tieši 2 vai 3 reizes lielāks vai mazāks nekā kāds jau uzrakstītais dalītājs.

Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots četrstūris $ABCD$, kuram $AB = AD$ un $BC = CD$. Riņķa līnija, kas iet caur punktiem A, B un C, krusto nogriežņus AD un CD attiecīgi to iekšējos punktos E un F un nogriezni BD punktā G. Pierādīt, ka $EG = FG$.

4. Sporta nometnē ir 100 skolēni. Ar N apzīmējam, cik veidos šos 100 skolēnus var sadalīt 50 pāros (pāru secība un arī skolēnu secība pārī nav svarīga). Ar kādu lielāko trijnieka pakāpi dalās N?

5. Miljonāru kluba visbagātākajam biedram ir tieši 8 reizes mazāk naudas nekā visiem pārējiem biedriem kopā, ceturtajam bagātākajam biedram ir tieši 11 reizes mazāk naudas nekā visiem pārējiem biedriem kopā, bet visnabagākajam biedram ir tieši 13 reizes mazāk naudas nekā visiem pārējiem biedriem kopā. Cik biedru ir šajā klubā?

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

12. klase

1. Atrisināt vienādojumu

$$\cos 3x \cos 2x + \sin 2x \sin 3x = \left(\cos\frac{\pi}{10} - \sin\frac{\pi}{10}\right)\left(\sin\frac{\pi}{10} + \cos\frac{\pi}{10}\right)$$

2. Divi spēlētāji pamīšus raksta uz tāfeles skaitļa 144 naturālos dalītājus. Katrā gājienā jāievēro šādi noteikumi:

- nedrīkst atkārtoti rakstīt jau uzrakstītu dalītāju;
- nedrīkst rakstīt dalītāju, kurš ir tieši 2 vai 3 reizes lielāks vai mazāks nekā kāds jau uzrakstītais dalītājs.

Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots četrstūris $ABCD$, kuram $AB = AD$ un $BC = CD$. Riņķa līnija, kas iet caur punktiem A, B un C, krusto nogriežņus AD un CD attiecīgi to iekšējos punktos E un F un nogriezni BD punktā G. Pierādīt, ka $EG = FG$.

4. Sporta nometnē ir 100 skolēni. Ar N apzīmējam, cik veidos šos 100 skolēnus var sadalīt 50 pāros (pāru secība un arī skolēnu secība pārī nav svarīga). Ar kādu lielāko trijnieka pakāpi dalās N?

5. Miljonāru kluba visbagātākajam biedram ir tieši 8 reizes mazāk naudas nekā visiem pārējiem biedriem kopā, ceturtajam bagātākajam biedram ir tieši 11 reizes mazāk naudas nekā visiem pārējiem biedriem kopā, bet visnabagākajam biedram ir tieši 13 reizes mazāk naudas nekā visiem pārējiem biedriem kopā. Cik biedru ir šajā klubā?

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv