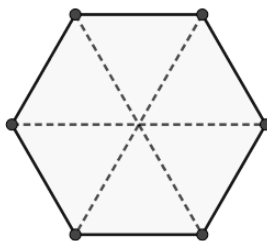


Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

5. klase

1. Sešstūra virsotnēs ieraksti 6 dažādus naturālus skaitļus tā, lai vienlaicīgi izpildās nosacījumi:
- jebkuriem diviem blakus virsotnēs ierakstītiem skaitļiem lielākais kopīgais dalītājs būtu 1;
 - katra ar raustītu līniju uzzīmētā nogriežņa galapunktos (skat. 1. att.) ierakstīto skaitļu reizinājums dalītos ar 3;
 - visu sešu ierakstīto skaitļu summa būtu vismazākā iespējamā!

Pietiek tikai ar piemēru, kā ierakstīt skaitļus. Nav jāpamato, ka iegūtā summa ir vismazākā iespējamā.



1. att.

2. Vai naturāla skaitļa ciparu reizinājums var būt **a)** 2520; **b)** 5460?
3. Dots kvadrāts ar izmēriem 8×8 rūtiņas. Iekrāso 9 taisnstūrus ar izmēriem 1×2 rūtiņas tā, lai no dotā kvadrāta nevarētu izgriezt nevienu kvadrātu ar izmēriem 2×2 rūtiņas, kam visas rūtiņas ir neiekrāsotas!
4. Alise un Kate spēlē spēli. Pirmajā gājienā Kate nosauc skaitli nulle, pēc tam viņas pamīšus izdara gājienus. Katra meitene savā gājienā izvēlas vienu naturālu skaitli no 1 līdz 10, pieskaita to pēdējam nosauktajam skaitlim un nosauc rezultātu. (Piemēram, ja Alise savā gājienā ir nosaukusi skaitli 18, tad Kate var nosaukt jebkuru naturālu skaitli no 19 līdz 28). Uzvar tā meitene, kas nosauc skaitli 56. Pamato, ka Alise vienmēr var uzvarēt, neatkarīgi no Kates nosauktajiem skaitļiem!
5. Dotas sešas bumbiņas, uz kurām ir uzraksti 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, kas atbilst bumbiņas masai gramos. Zināms, ka pieci no šiem uzrakstiem ir pareizi, bet viens ir nepareizs – attiecīgās bumbiņas masa ir mazāka nekā norādīts uzrakstā. Kā ar divām svēršanām uz sviru svāriem var noskaidrot, kurš uzraksts ir nepareizs? *Piezīme.* Svīru svāri ir svāri, kuriem svīrai abos galos piestiprina vienādus svaru kausus. Ja abos kausos ievieto priekšmetus ar vienādu masu, tad svaru kausi ir līdzsvarā. Ja vienā kausā ieliktais priekšmets ir smagāks, tad atbilstošais kauss nosveras uz leju.

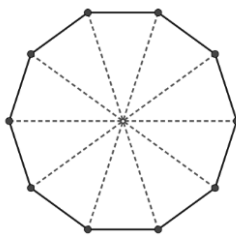


Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

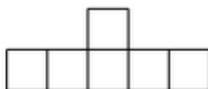
1. Desmitstūra virsotnēs ieraksti 10 dažādos naturālus skaitļus tā, lai vienlaicīgi izpildās nosacījumi:
- o jebkuriem diviem blakus virsotnēs ierakstītiem skaitļiem lielākais kopīgais dalītājs būtu 1;
 - o katra ar raustītu līniju uzzīmētā nogriežņa galapunktos (skat. 1. att.) ierakstīto skaitļu reizinājums dalītos ar 3;
 - o visu desmit ierakstīto skaitļu summa būtu vismazākā iespējamā!

Pietiek tikai ar piemēru, kā ierakstīt skaitļus. Nav jāpamato, ka iegūtā summa ir mazākā iespējamā.



1. att.

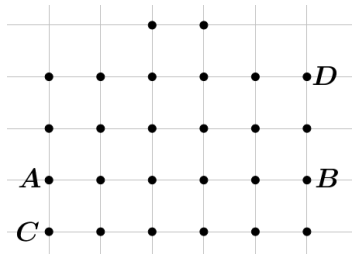
2. Vai skaitli 299 var izteikt kā vairāku (vismaz divu) naturālu skaitļu summu tā, lai arī šo skaitļu reizinājums būtu 299?
3. Dots kvadrāts ar izmēriem 6×6 rūtiņas. Iekrāso 6 rūtiņas tā, lai no dotā kvadrāta nevarētu izgriezt nevienu 2. att. doto figūru, kam visas rūtiņas ir neiekrāsotas!



2. att.

4. Kādā pilsētā ir kvadrātveida ielu plānojums, attālums starp diviem blakus krustojumiem ir 1 km. Dažos ielu krustojumos atrodas piemineklis, kas apzīmēts ar melnu punktu (skat. 3. att.). Ziņkārīgs tūrists kādā dienā (ejot pa ielām) apmeklēja visus šīs pilsētas pieminekļus. Vai var gadīties, ka viņa maršruta garums bija tieši 25 km, ja tas **a)** sākās pie pieminekļa *A* un beidzās pie pieminekļa *B*; **b)** sākās pie pieminekļa *C* un beidzās pie pieminekļa *D*?

Piezīme. Pa vienu ielas posmu starp diviem blakus krustojumiem drīkst iet arī vairāk nekā vienu reizi.



3. att.



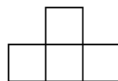
4. att.

5. Doti seši atsvari, uz kuriem ir uzraksti 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, kas atbilst atsvara masai gramos. Zināms, ka pieci no šiem uzrakstiem ir pareizi, bet viens ir nepareizs – attiecīgā atsvara masa ir lielāka nekā norādīts uzrakstā. Kā ar divām svēršanām uz sviru svariem var noskaidrot, kurš uzraksts ir nepareizs?

Piezīme. Sviru svāri ir svāri, kuriem svārai abos galos piestiprina vienādus svaru kausus (skat. 4. att.). Ja abos kausos ievieto priekšmetus ar vienādu masu, tad svaru kausi ir līdzsvarā. Ja vienā kausā ieliktais priekšmets ir smagāks, tad atbilstošais kauss nosveras uz leju.

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi**7. klase**

1. Dots kvadrāts ar izmēriem 5×5 rūtiņas. Vai var iekrāsot **a)** 8 rūtiņas, **b)** 7 rūtiņas tā, lai no dotā kvadrāta nevarētu izgriezt nevienu 1. att. redzamo figūru, kurai visas rūtiņas ir neiekrāsotas?



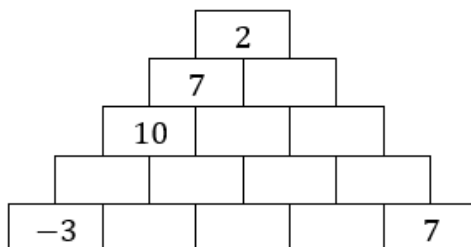
1. att.

2. Kādu četrus dažādu naturālu skaitļu reizinājums ir 414?
Atrodi visus iespējamus variantus un pamato, ka citu nav!
3. Uz trijstūra ABC malas AC atzīmēts punkts M , bet uz malas AB atzīmēts punkts N tā, ka $\sphericalangle BNC = 4x$, $\sphericalangle BCN = 6x$ un $\sphericalangle BMC = \sphericalangle CBM = 5x$. Pierādīt, ka trijstūra ABC divi leņķi ir vienādi!
4. Pirmklasnieki un otrklasnieki, kopā 30 bērni, sastājas aplī un sēdē rokās. Izrādījās, ka 20 bērni aiz rokas turēja vismaz vienu pirmklasnieku, bet 24 bērni aiz rokas turēja vismaz vienu otrklasnieku. Cik varēja būt otrklasnieku?
5. Trīs naturālus skaitļus A , B un C saista sakarības: $A < B < C$ un $C - B = B - A$. Skaitļu A , B un C pierakstā kopā ir izmantoti tieši astoņi cipari, kas visi ir savā starpā atšķirīgi. Vai ir iespējams, ka skaitlis A ir **a)** divciparu skaitlis; **b)** viencipara skaitlis?

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

1. Ieraksti 1. att. redzamās figūras katrā tukšajā taisnstūrī veselu skaitli tā, lai katrā taisnstūrī, izņemot apakšējo rindu, ierakstītais skaitlis ir divu skaitļu, kas atrodas divos taisnstūros tieši zem tā, summa!



1. att.

2. Cik starp pirmajiem 2025 naturālajiem skaitļiem ir tādu skaitļu x , ka skaitlis $x(x + 1)$ dalās ar 74?
3. Šaurleņķu trijstūrī ABC visi augstumi krustojas punktā M . Aprēķināt $\sphericalangle ACB$, ja $AB = CM$!
4. Alise un Kate spēlē spēli. Pirmajā gājienā Kate nosauc skaitli nulle, pēc tam viņas pamīšus izdara gājienus. Katra meitene savā gājienā izvēlas vienu naturālu skaitli no 1 līdz 10, pieskaita to pēdējam nosauktajam skaitlim un nosauc rezultātu. (Piemēram, ja Alise savā gājienā ir nosaukusi skaitli 18, tad Kate var nosaukt jebkuru naturālu skaitli no 19 līdz 28). Uzvar tā meitene, kas nosauc skaitli 100. Kura meitene vienmēr var uzvarēt, neatkarīgi no otras spēlētājas gājieniem?
5. Trīs naturālus skaitļus A , B un C saista sakarības: $A < B < C$ un $C - B = B - A$. Skaitļu A , B un C pierakstā kopā ir izmantoti tieši desmit cipari, kas visi ir savā starpā atšķirīgi. Vai ir iespējams, ka skaitlis A ir **a)** divciparu skaitlis; **b)** viencipara skaitlis?

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

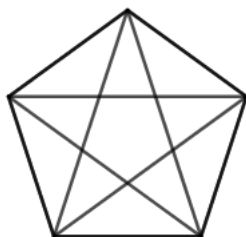
Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

31.01.2025.

1. Aprēķināt izteiksmes $\frac{20252024^2}{20252023^2 + 20252025^2 - 2}$ vērtību!
2. Atrast vismazāko naturālo skaitli N , kam reizinājums $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot N$ dalās ar **a)** 434; **b)** 2025.
3. Šaurleņķu trijstūrī ABC novilkta augstumi AK un BL . Zināms, ka $BK = KL$. Pierādīt, ka trijstūris ABC ir vienādsānu!
4. Dots regulārs piecstūris, kurā novilkta visas diagonāles, kas to sadala 11 daļās (skat. 1. att.). Katrā daļā ierakstīt vienu naturālu skaitli no 1 līdz 11 (katrā daļā citu) tā, lai visos trijstūros, kam visas virsotnes ir arī dotā piecstūra virsotnes, ierakstīto skaitļu summa ir viena un tā pati!



1. att.

5. Rindā novietotas n bumbiņas. Katra bumbiņa nokrāsotā kādā no 100 krāsām. Bumbiņas saliktas tā, ka katrai krāsai A un katrai krāsai B ir tāda bumbiņa krāsā A , kas atrodas pa kreisi no kādas bumbiņas krāsā B (ne obligāti blakus). Kāda ir mazākā iespējamā n vērtība?

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

10. klase

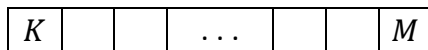
Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

31.01.2025.

1. Atrast visus naturālos trīsciparu skaitļus, kuri ir tieši 5 reizes lielāki par savu ciparu reizinājumu!
2. Kāds ir vismazākais naturālais skaitlis, kuram ir tieši 18 dažādi naturāli dalītāji un kas dalās ar 7?
3. Uz trijstūra ABC malām AC un BC ir atlikti attiecīgi punkti F un E tā, ka $2CF = FA$ un $2CE = EB$. Ārpus trijstūra ABC uz stariem AE un BF ir atlikti attiecīgi punkti K un L tā, ka $2KE = EA$ un $2LF = FB$. Pierādīt, ka $ABKL$ ir paralelograms!
4. Dots taisnstūris ar izmēriem $1 \times n$ rūtiņas, kur $n \geq 3$, uz kura Kims un Māris spēlē spēli. Sākumā Kima kauliņš K atrodas taisnstūra kreisajā rūtiņā un Māra kauliņš M atrodas taisnstūra labajā rūtiņā (skat. 1. att.). Vienā gājienā spēlētājs var pārvietot savu kauliņu 1 vai 2 rūtiņas otra spēlētāja virzienā, ja atbilstošā rūtiņa (rūtiņas) ir tukša (nedrīkst uzkāpt uz vai veikt “lēcienu” pāri otra spēlētāja kauliņam). Spēli sāk Kims un spēlētāji gājienus veic pamīšus. Ja spēlētājs nevar veikt gājienu, tad viņš zaudē. Kādām n vērtībām, pareizi spēlējot, vienmēr var uzvarēt Kims, un kādām n vērtībām, pareizi spēlējot, vienmēr var uzvarēt Māris?



1. att.

5. Atrisināt naturālos skaitļos vienādojumu $(a + 1)(b + 1)(c + 1) = 3abc$.

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

31.01.2025.

1. Atrast divas tādas reālas pozitīvas x vērtības, ka $2x^x = \sqrt{2}$.
2. Zināms, ka naturālam skaitlim A ir tieši 111 dažādi naturāli dalītāji. Pierādīt, ka A nedalās ar 216.
3. Dots taisnstūris $ABCD$, kuram $AB < BC$. Uz malas BC ir izvēlēts tāds punkts E , ka $AE = AD$. Leņķa DAE bisektrise krusto malu CD punktā F . Trijstūrī ADE novilkts augstums EH . Pierādīt, ka punkti A, H, F, C atrodas uz vienas riņķa līnijas!
4. Dots regulārs piecstūris, kurā novilkta visas diagonāles, kas to sadala 11 daļās (skat. 1. att.).
a) Katrā daļā ierakstīt vienu naturālu skaitli no 1 līdz 11 (katrā daļā citu) tā, lai visos trijstūros, kam visas virsotnes ir arī dotā piecstūra virsotnes, ierakstīto skaitļu summa ir viena un tā pati!
b) Kāds skaitlis var būt ierakstīts daļā, kas apzīmēta ar X?



1. att.

5. Doti tādi reāli skaitļi a, b un c , ka $a^2 + c - bc = b^2 + a - ac = c^2 + b - ab$. Vai noteikti $a = b = c$?



Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.

Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

31.01.2025.

1. Doti tādi naturāli skaitļi a , b un c , ka skaitlis $\frac{a\sqrt{2}+b}{b\sqrt{2}+c}$ ir racionāls. Pierādīt, ka $ab + bc + ac$ dalās ar $a + b + c$.
2. Atrast divus tādu veselu skaitļu a , b un c trijniekus $(a; b; c)$, ka $972^a \cdot 32^b \cdot 9^c = 1$.
3. Izliektā piecstūrī četras no diagonālēm ir paralēlas kādai no piecstūra malām. Pierādīt, ka arī piektā diagonāle ir paralēla kādai piecstūra malai!
4. Pie apaļa galda apsēdušies daži rūķīši un katram no viņiem sākumā ir pāra skaits konfekšu. Ik pēc brīža burvju feja pamāj ar nūjiņu un tad visi rūķīši reizē dalās ar savām konfektēm – katrs rūķītis atdod pusi no savām konfektēm blakus pa labi sēdošajam rūķītim. Pēc tam katram rūķītim, kam atlicis nepāra skaits konfekšu, feja iedod vienu papildu konfekti. Pierādīt, ka pēc galīga šādu gājienu skaita visiem rūķīšiem būs vienāds skaits konfekšu!
5. Dota tabula ar izmēriem $n \times n$ rūtiņas. Katrā tabulas rūtiņā ierakstīts kāds naturāls skaitlis no 1 līdz n^2 , katrā rūtiņā atšķirīgs skaitlis. Tabulu saucim par sakarīgu, ja katrā kvadrātā ar izmēriem 2×2 rūtiņas ierakstīto skaitļu reizinājums dalās ar 5.
 - a) Pierādīt, ka tabula nav sakarīga, ja n ir pāra skaitlis.
 - b) Kāds ir lielākais nepāra skaitlis n , kuram tabula var būt sakarīga?