

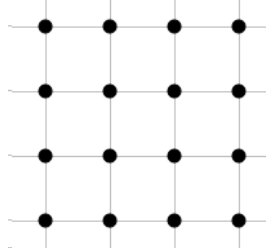
Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

5. klase

1. Parādi vienu veidu, kādu ciparu var ierakstīt katrā aplītī, lai iegūtu patiesu vienādību, visi pieci ierakstītie cipari būtu dažādi un neviens no tiem nebūtu 2.

$$2\bigcirc \cdot 2\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc$$

2. Uz rūtiņu lapas rūtiņu krustpunktos atzīmēti 16 punkti (skat. 1. att.). Kāds mazākais skaits punktu jānodzēš, lai nekādi trīs no atlikušajiem punktiem neatrastos uz vienas taisnes?



1. att.

3. Dots kvadrāts ar izmēriem 6×6 rūtiņas, kurā dažas rūtiņas atzīmētas ar "o" un "x" (skat. 2. att.). Parādi, kā šo kvadrātu sagriezt pa rūtiņu līnijām četrās vienādās daļās tā, lai katra daļa saturētu vienu rūtiņu, kurā ierakstīts "o", un vienu rūtiņu, kurā ierakstīts "x"!

Piezīme. Figūras ir vienādas, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras sakrīt (figūras var pagriezt un apmest otrādi).

					o
		x			
			o		
	x	o		o	
				x	
			x		

2. att.

4. Rindā uzrakstīti 2024 skaitļi. Zināms, ka pirmais uzrakstītais skaitlis ir 41 un katru nākamo var iegūt, iepriekšējā skaitļa visu ciparu reizinājumam pieskaitot 23 (piemēram, otrais uzrakstītais skaitlis ir 27, jo $4 \cdot 1 + 23 = 27$). Kāds ir pēdējais uzrakstītais skaitlis?
5. Ja automātā iemet divus vienādus žetonus, tad tas izdod vienu zaļu žetonu, bet, ja iemet divus dažādus žetonus, tad tas izdod vienu dzeltenu žetonu. Sākumā Dagmārai bija 20 dzeltēni un 15 zaļi žetoni. Vai iespējams, ka pēc atkārtotas automāta izmantošanas viņai palika: **a)** divi zaļi un viens dzeltens žetons, **b)** divi dzeltēni un viens zaļš žetons?

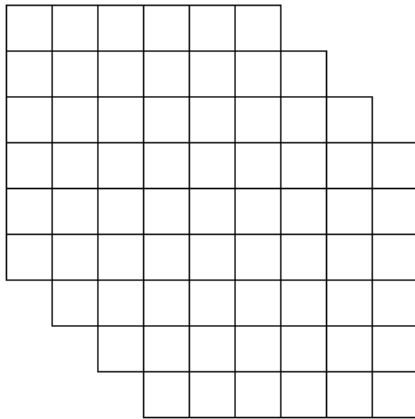
Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

1. Parādi vienu veidu, kādu ciparu var ierakstīt katrā aplītī, lai iegūtu patiesu vienādību, visi seši ierakstītie cipari būtu dažādi un neviena no tiem nebūtu 3.

$$3\bigcirc \cdot 3\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$$

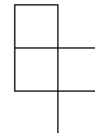
2. Kāds ir lielākais skaits 3. att. doto figūru, ko var izgriezt no 1. att. dotās figūras, ja jābūt izgrieztām arī tieši divām 2. att. figūrām?



1. att.



2. att.



3. att.

3. Dots kvadrāts ar izmēriem 6×6 rūtiņas, kurā dažas rūtiņas atzīmētas ar "o" un "x" (skat. 4. att.). Parādi, kā šo kvadrātu sagriezt pa rūtiņu līnijām četrās vienādās daļās tā, lai katra daļa saturētu vienu rūtiņu, kurā ierakstīts "o", un vienu rūtiņu, kurā ierakstīts "x"!

Piezīme. Figūras ir vienādas, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras sakrīt (figūras var pagriezt un apmest otrādi).

			x		
				x	
	x	o		o	
			o		
		x			
					o

4. att.

4. Rindā uzrakstīti 2024 skaitļi. Zināms, ka pirmais uzrakstītais skaitlis ir 49 un katru nākamo var iegūt, iepriekšējā skaitļa visu ciparu reizinājumam pieskaitot 19 (piemēram, otrais uzrakstītais skaitlis ir 55, jo $4 \cdot 9 + 19 = 55$). Kāds ir pēdējais uzrakstītais skaitlis?

5. Vai var uzzīmēt tādu slēgtu lauztu līniju no **a)** 6 posmiem, **b)** 7 posmiem, kas katru savu posmu krusto tieši vienu reizi?

Piezīme. Par lauztu līniju sauc līniju, kas sastāv no galīga skaita taisnes nogriežņiem, ko sauc par posmiem. Lauztu līniju, kuras galapunkti sakrīt, sauc par slēgtu lauztu līniju.

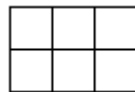
Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

7. klase

1. Katrā tukšajā aplītī ierakstīt vienu darbību zīmi (+, −, ·, :) tā, lai taisnstūros iegūtās izteiksmju vērtības būtu naturāli skaitļi un visas sešas kopā saturētu visus ciparus no 1 līdz 9, katru ciparu tieši vienu reizi! (Iekavas lietot nedrīkst un jāievēro darbību secība.)

$$\begin{array}{cccccc}
 9 & \bigcirc & 8 & \bigcirc & 7 & = \square \\
 \bigcirc & & \bigcirc & & \bigcirc & \\
 6 & \bigcirc & 5 & \bigcirc & 4 & = \square \\
 \bigcirc & & \bigcirc & & \bigcirc & \\
 3 & \bigcirc & 2 & \bigcirc & 1 & = \square \\
 \parallel & & \parallel & & \parallel & \\
 \square & & \square & & \square &
 \end{array}$$

2. Kāda lielākā ciparu summa var būt desmitciparu skaitlim, kas dalās ar 18?
3. Plaknē atlikti četri punkti A, B, C, D . Zināms, ka $AB = 4, BC = 7, CD = 10$ un $DA = 3$. Kāds var būt nogriežņa AC garums, ja zināms, ka tas ir naturāls skaitlis?
4. No 1. att. un 2. att. figūrām, katru izmantojot vismaz vienu reizi, salikt taisnstūri, kurā 2. att. figūras nesaskaras ne ar malu, ne ar stūri! Figūras drīkst pagriezt.



1. att.



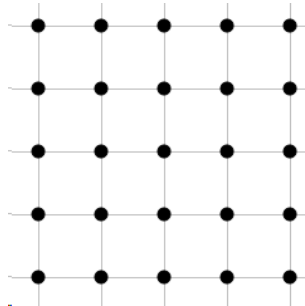
2. att.

5. Konditorejā nopērkamas 10 tortes, to cena ir attiecīgi 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29 eiro (katra torte ir tieši vienā eksemplārā). Konditorejā viens pēc otra iegriezās 3 gardēži, katrs no tiem nopirka sev dažas tortes, turklāt katrs iztērēja ne vairāk kā 85 eiro. Pierādīt, ka pēc gardēžu apmeklējuma vismaz viena torte vēl palika nenopirkta!

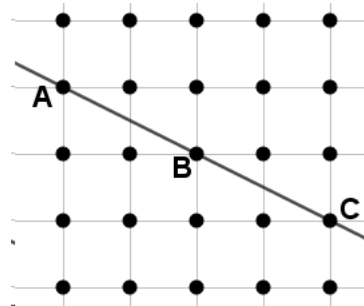
Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

- Vai iespējams, sareizinot sešus dažādus pirmskaitļus, iegūt sešciparu skaitli, kam visi cipari ir vienādi?
- Vienādsānu trijstūrī ABC ($AB = AC$) uz malām BC un AC atlikti attiecīgi punkti D un E tā, lai $AE = AD$ un $\sphericalangle BAD = 30^\circ$. Aprēķināt leņķi CDE .
- Uz rūtiņu lapas rūtiņu krustpunktos atzīmēti 25 punkti (skat. 1. att.). Kāds mazākais skaits punktu jānodzēš, lai nekādi trīs no atlikušajiem punktiem neatrastos uz vienas taisnes?
Piezīme. Ievēro, ka uz vienas taisnes atrodas ne tikai punkti, kas atrodas vienā rindā, kolonnā vai diagonālē, bet arī, piemēram, punkti A, B, C (skat. 2. att.)!

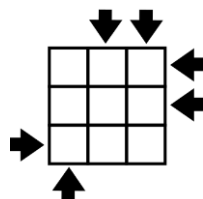


1. att.

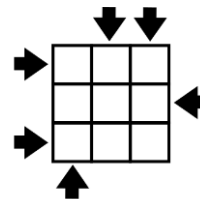


2. att.

- Konditorejā nopērkamas 16 tortes, to cena ir attiecīgi 30; 31; 32; ...; 45 eiro (katra torte ir tieši vienā eksemplārā). Konditorejā viens pēc otra iegriezās 5 gardēži, katrs no tiem nopirka sev dažas tortes, turklāt katrs iztērēja ne vairāk kā 125 eiro. Pierādīt, ka pēc gardēžu apmeklējuma vismaz viena torte vēl palika nenopirkta!
- Vai **a)** 3. att., **b)** 4. att. dotā kvadrāta rūtiņās var ierakstīt deviņus dažādus naturālus skaitļus tā, lai katrā rūtiņā būtu ierakstīts viens skaitlis un katrā rindā un katrā kolonnā skaitļi pieaugtu bultiņas norādītajā virzienā?



3. att.



4. att.



Valsts izglītības satura centrs

Vaļņu iela 2, Rīga, LV - 1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts visc@visc.gov.lv, www.visc.gov.lv

Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2024.

1. Dots izliekts četrstūris $KLMN$. Zināms, ka $\sphericalangle LKN = \sphericalangle MNK$ un malu KL un MN vidusperpendikulu krustpunkts X atrodas uz malas KN . Pierādīt, ka $KM = LN$!
2. Pierādīt, ka $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 3$.
3. Uz kvadrāta $ABCD$ diagonāles BD atlikts punkts E . Pierādīt, ka $ED \cdot EB + EA \cdot EC = AB^2$!
4. Taisnstūrī ar izmēriem 4×6 rūtiņas sākotnēji katrā rūtiņā atradās tieši viens kaķis. Vienā brīdī katrs kaķis pārlēca uz kādu no blakus rūtiņām (katrs kaķis pārlēca tieši vienu reizi). Vai var gadīties, ka tagad visi kaķi atrodas tieši: **a)** 8 rūtiņās; **b)** 7 rūtiņās?
Piezīme. Divas rūtiņas sauc par blakus rūtiņām, ja tām ir kopīga mala.
5. Dots naturāls skaitlis, kura cipari ir sakārtoti augošā secībā (katrs cipars, izņemot pirmo, ir lielāks nekā tā kaimiņš kreisajā pusē). Pierādīt, ka 9 reizes lielāka skaitļa ciparu summa ir 9.



Valsts izglītības satura centrs

Vaļņu iela 2, Rīga, LV - 1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts visc@visc.gov.lv, www.visc.gov.lv

Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

10. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2024.

1. Dots divas riņķa līnijas ω_1 un ω_2 , kas krustojas punktos X un Y . Taisne t_1 , kas vilkta caur X , krusto ω_1 un ω_2 attiecīgi punktos A un B (punkts X atrodas starp A un B), savukārt taisne t_2 , kas vilkta caur Y , krusto ω_1 un ω_2 attiecīgi punktos C un D (punkts Y atrodas starp C un D). Pierādīt, ka AC ir paralēla ar BD !
2. Doti reāli skaitļi x un y , kuriem $xy^3 + 1 = x + y^3$. Pierādīt, ka $yx^3 + 1 = y + x^3$.
3. Šaurleņķu trijstūra ABC malu garumi ir $AB = 7$ cm, $AC = 12$ cm un $BC = 13$ cm. Pierādīt, ka uz malas AC var atrast tādus divus iekšējus punktus P un Q , ka nogriežņu AP , AQ , BP un BQ garumi ir izsakāmi veselā skaitā centimetru!
4. Atrast visus tādus veselu skaitļu pārus $(a; b)$, kuriem izpildās vienādība $(a + b)^2 = a^3 + b^3$.
5. Taisnstūrī ar izmēriem 8×10 rūtiņas sākotnēji katrā rūtiņā atradās tieši viena varde. Vienā brīdī katra varde pārlēca uz kādu no blakus rūtiņām (katra varde pārlēca tieši vienu reizi). Vai var gadīties, ka tagad visas vardes atrodas tieši: **a)** 24 rūtiņās; **b)** 23 rūtiņās?



Valsts izglītības satura centrs

Vaļņu iela 2, Rīga, LV - 1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts visc@visc.gov.lv, www.visc.gov.lv

Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2024.

- No punkta A , kas atrodas ārpus riņķa līnijas ar centru O , novilkta divas pieskares, kas pieskaras riņķa līnijai punktos D un E . Uz taisnēm AD un AE atlikti attiecīgi punkti B un C tā, ka punkts D atrodas starp A un B , punkts C atrodas starp A un E un $OB = OC$. Pierādīt, ka punkti O , A , B un C atrodas uz vienas riņķa līnijas!
- Reāliem skaitļiem x un y ir spēkā vienādība: $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 5$. Pierādīt, ka
$$\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} < 3.$$
- Taisnleņķa trijstūrī ABC ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$) uz malas BC atlikti punkti D un E tā, ka $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAE$, $\sphericalangle EAC = 2\sphericalangle BAD$, $BD = 3$, $DE = 4$. Aprēķināt EC garumu!
- Pierādīt: ja a, b, c ir naturāli skaitļi un $a + \text{LKD}(a, b) = b + \text{LKD}(b, c) = c + \text{LKD}(c, a)$, tad $a = b = c$.
Piezīme. Ar $\text{LKD}(a, b)$ ir apzīmēts skaitļu a un b lielākais kopīgais dalītājs.
- Uz galda stāv n kastes, kurās ir āboli un bumbieri, katrā kastē ir vismaz viens ābols un vismaz viens bumbieris. Zināms, ka kastes var sakārtot rindā gan tā, ka katrā nākamajā kastē ir par vienu ābolu vairāk nekā iepriekšējā, gan tā, ka katrā nākamajā kastē ir par vienu bumbieri vairāk nekā iepriekšējā, gan tā, ka katrā nākamajā kastē ir par vienu augli vairāk nekā iepriekšējā. Vai iespējams, ka: **a)** $n = 2024$; **b)** $n = 2025$?



Valsts izglītības satura centrs

Vaļņu iela 2, Rīga, LV - 1050, tālr. 67216500, fakss 67223801, e-pasts visc@visc.gov.lv, www.visc.gov.lv

Latvijas 74. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2024.

- Šaurleņķu trijstūrī ABC novilkta augstumi AD , BE un CF , kas krustojas punktā H . Pierādīt, ka DH ir leņķa EDF bisektrise!
- Reāliem skaitļiem x un y ir spēkā vienādība $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 7$. Pierādīt, ka
$$\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} > \sqrt{14}.$$
- Taisnleņķa trijstūrī ABC ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$) uz malas BC atlikti punkti D un E tā, ka $\sphericalangle EAC = \sphericalangle DAE = 2\sphericalangle BAD$, $BD = 1$, $DE = 3$. Aprēķināt EC garumu!
- Pie lielas konfekšu kastes pienāk Māris un Kims. Viņi abi pamīšus ņem no kastes konfektes, Māris sāk pirmais. Katrā gājienā spēlētājs var izvēlēties patvaļīgu pirmskaitli p un patvaļīgu veselu nenegatīvu skaitli n un paņemt no kastes p^n konfektes. Uzvar tas spēlētājs, pēc kura gājiena kaste paliek tukša. Spēli sāk Māris. Kurš spēlētājs, pareizi spēlējot, vienmēr var uzvarēt, ja sākumā kastē ir: **a)** 20; **b)** 2024 konfektes?
- Atrast visus pirmskaitļu pārus $(p; q)$, kuriem izpildās vienādība $p^q = q^p + 7$.