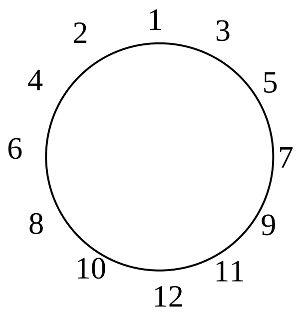
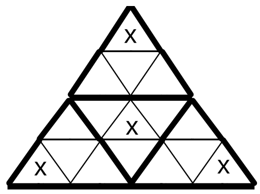
Īsi atrisinājumi.

5.1. Piemēram, skat. 1. zīm.



1. zīm.

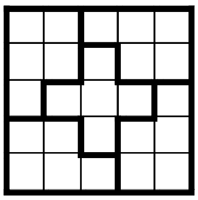


2.zīm.

5.2. Andra „kods” var būt divciparu, trīsciparu vai četrciparu. To atšifrējot, problēmas var radīt tikai trīsciparu kodi, pie tam tikai tādi, kam pēdējais cipars ir 1 vai 2; tad priekšpēdējais cipars noteikti ir 1. Tā kā janvārī ir 31 diena, iegūstam 111; 211; 311; tā kā februārī ir augstākais 29 dienas, iegūstam 112 un 212. Tātad pavisam ir 5 šādi kodi.

5.3. Katrā izdalītajā daļā drīkst nokrāsot augstākais vienu trijstūrīti (skat. 2.zīm.). Tāpēc maksimums ir 4 (piemēram, stūra un centrālā rūtiņa).

5.4. Jā, var. Skat., piem., 3.zīm.



3.zīm.

5.5. Atbilde: 3 stundās.
Ja rūķīši runā šādi: AB, CD, EF, GH; AC, BD, EG, FH; AE, BF, CG, DH, tad vajadzīgais tiek sasniegts.
Tā kā katru jaunumu pēc 2 stundām var zināt augstākais 4 rūķīši, tad ar 2 stundām nepietiek.

6.1. a) nē. Ja kastu būtu *n*, tad rūķīšu piedalīšanos kopā būtu gan $2 \cdot n$, gan $5 \cdot 3$. Bet naturālam *n* nevar pastāvēt vienādība $2n = 15$.
b) jā, skat. 4.zīm.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
R1	X	X	X			
R2	X			X	X	
R3		X		X		X
R4			X		X	X

4.zīm.

6.2. a) jā; piemēram, $10 \cdot 17 - 13 \cdot 13 = 1$.

b) nē, jo gan 39, gan 91 dalās ar 13, bet 2 – nedalās.

6.3. Jā. Skat., piem., 5.zīm.

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1

5.zīm.

6.4. Turnīrā kopā izspēlē 45 partijas un izcīna 45 punktus (katrā partijā vienu).

Ja lielmeistaru būtu ne mazāk par 7, tad viņu kopējais punktu skaits būtu vismaz $7 \cdot 7 = 49$ - pretruna.

Ja lielmeistaru būtu 6, tad viņiem kopā jāizcīna vismaz $6 \cdot 7 = 42$ punkti; bet atlikušie 4 dalībnieki jau savā starpā vien izcīna 6 punktus. Tātad kopā būtu vismaz 48 punkti; tā ir pretruna.

Tātad lielmeistaru skaits nevar būt vairāk par 5. Pieci lielmeistari var būt – piemēram, ja katrs no viņiem uzvar visus citus dalībniekus, bet savā starpā lielmeistari spēlē neizšķirti; tad katrs iegūst 7 punktus.

6.5. Ar 4 stundām nepietiek. Pirmajā stundā vismaz viens rūķītis nerunā; tāpēc viņa jaunumu pēc pirmās stundas zina tikai viens rūķītis – viņš pats. Pēc otrās stundas to zina augstākais 2, pēc trešās – augstākais četri, pēc ceturtās – augstākais astoņi rūķīši.

Ar 5 stundām pietiek:

1.stundā runā H un I;

2. – 4.stundā A, B, C, D, E, F, G, H uzzina visu kā 5.5. uzdevuma risinājumā;

5.stundā atkal runā H un I.

7.1. a) ar katru gājienu skaitļu skaits samazinās par 1. Tā kā tas dilst no 2009 līdz 1, tad pavisam izdarīs $2009 - 1 = 2008$ gājienus.

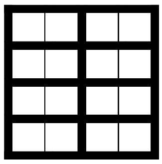
b) uzrakstīto skaitļu summa paliek nemainīga. Tāpēc pēdējais palikušais skaitlis būs 2009.

7.2. No pirmās vienādības seko $x^{12} = y^{16}$. Dalot to ar otro vienādību, iegūst $x = y$. Ievietojot pirmajā, seko $y = 1$ un pēc tam $x = 1$.

7.3. Ievērojam, ka $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$. Vismaz vienam no reizinātājiem $x+1$; $x+2$; $x+3$ jādalās ar 7. Tā kā skaitļi, kas dalās ar 7, atšķiras viens no otra vismaz par 7, tad tieši viena iekava dalās ar 343. Šī iekava ir viens no skaitļiem $343 \cdot 1$; $343 \cdot 2$; $343 \cdot 3$; $343 \cdot 4$; $343 \cdot 5$, jo jau $343 \cdot 6 > 2010$. Tāpēc meklējamo skaitļu ir $5 \cdot 3 = 15$.

7.4. Atbilde: 32.

Kā redzam 6.zīm., 32 nogriežņus var nokrāsot. Katrai no 7.zīm. atzīmētajām rūtiņām var nokrāsot ne vairāk kā 3 malas; pieskaitot vēl 8 atlikušos nogriežņus uz kvadrāta kontūra, iegūstam, ka $8 \cdot 3 + 8 = 32$ tiešām ir maksimums.



6.zīm.

x		x	
	x		x
x		x	
	x		x

7.zīm.

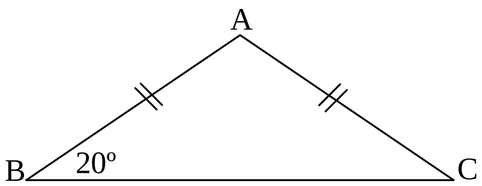
7.5. Ar 2 stundām nepietiek (skat. 5.5. risinājumu). Ar 3 stundām mērķi var sasniegt, piemēram, šādi (rūķīšus apzīmējam ar burtiem):

1.stunda: AD, BE, CF;
2.stunda: AE, BF, CD;
3.stunda: AF, BD, CE.

8.1. Pārveidojot otro skaitli, lietojot kvadrātu starpības formulu, iegūstam reizinājumu $101 \cdot 103 \cdot 102 \cdot 104 \cdot ... \cdot 198 \cdot 200$. Redzam, ka otrajā skaitlī ir **viens** papildus pirmskaitlis 101. Skaitlis 200, kas rodas labajā galā, jaunus pirmskaitļus nedod.

8.2. Šķirojam 3 gadījumus.

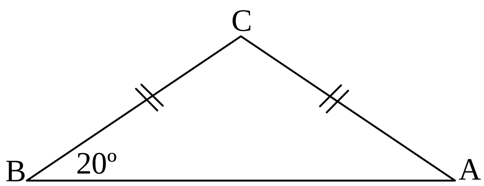
I



8.zīm.

$3 \cdot AC = 3 \cdot AB > AB$.

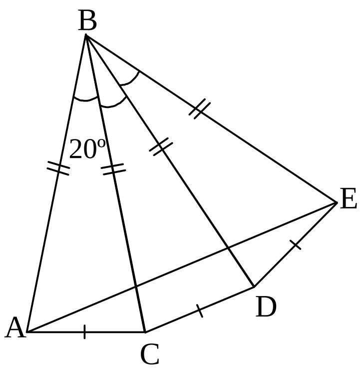
II



9.zīm.

$3 \cdot AC > 2 \cdot AC = AC + CB > AB$.

III



10.zīm.

Tā kā $\angle ABE = 60°$ un $BA = BE$, tad ΔABE ir vienādmalu. Tāpēc $3AC = AC + CD + DE > AE = AB$.

8.3. Uzrakstām $\overline{abcd}=(999a+99b+9c)+(a+b+c+d)$. Atņemot saskaitāmie $(a+b+c+d)$ saīsinās.

8.4. Nē. Ja kaut viens no skaitļiem a_1, b_1, a_2, b_2 nav 0, tad x un y var izvēlēties tā, lai attiecīgā iekava, tātad arī visa labā puse, būtu 0; bet kreisā puse vienmēr ir pozitīva. Pretējā gadījumā labā puse ir konstante, bet kreisā – nav.

8.5. Ņemam vienu lampu A; no tās iziet 5 vītnes. Vismaz trīs no tām ir vienā krāsā; varam pieņemt, ka AB, AC, AD ir baltas. Ja kaut viena no vītnēm BC, BD, CD arī ir balta, mums ir balts trijstūris; pretējā gadījumā BCD ir sarkans trijstūris.

9.1. a) piemēram, $x^2-2x-1=0$.

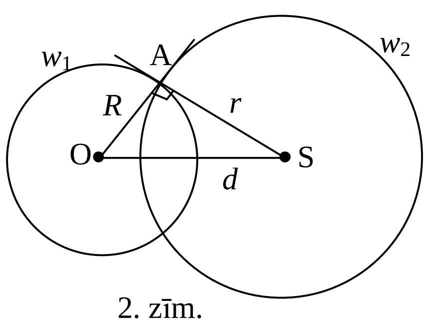
b) ievērojam, ka $\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2}=\sqrt{3}+2$. Tāpēc der, piemēram, vienādojums $x^2-4x+1=0$.

9.2. Atceramies, ka

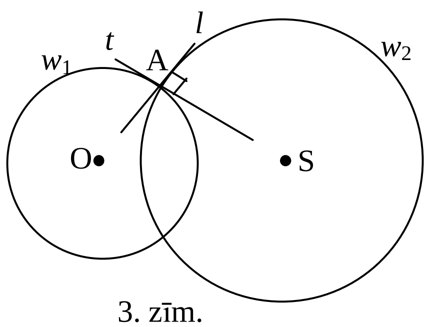
a) pieskare ir perpendikulāra rādiusam, kura galapunktā tā novilkta,

b) tātad taisne, kas novilkta perpendikulāri rādiusam tā galapunktā, ir pieskare.

1. Pieņemsim, ka $R^2+r^2=d^2$. Novelkam rādiusus uz r.l. krustpunktu A. Tad $OA^2+SA^2=OS^2$, tātad pēc Pitagora teorēmai apgrieztās teorēmas ΔOAS ir taisnleņķa. Tāpēc taisne SA (pēc augšminētā b) punkta) ir r.l. w_1 pieskare, un tāpat taisne OA ir w_2 pieskare. Tātad abas pieskares punktā A ir savstarpēji perpendikulāras.



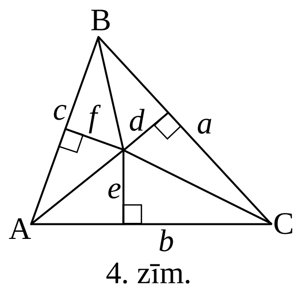
2. zīm.



3. zīm.

2. Pieņemam, ka pieskares krustpunktā A ir savstarpēji perpendikulāras (3. zīm.).
   Tā kā $t\perp l$, tad t satur w_2 rādiusu, tātad iet caur S. Līdzīgi l iet caur O. Tāpēc ΔOAS ir taisnleņķa, un no Pitagora teorēmas seko vajadzīgais.

9.3. Varam pieņemt, ka garākais augstums h ir pret malu c. Tātad c ir īsākā vai viena no īsākajām malām.



4. zīm.

Tad (skat. 4.zīm.), izsakot ABC laukumu divos veidos, iegūstam $\frac{1}{2}hc=\frac{1}{2}cf+\frac{1}{2}ad+\frac{1}{2}be$,

no kurienes seko $h=f+\frac{a}{c}\cdot d+\frac{b}{c}\cdot e$.

Tā kā $\frac{a}{c}\geq 1$ un $\frac{b}{c}\geq 1$, iegūstam $h\geq f+d+e$, k.b.j.

9.4. Apzīmēsim meiteņu un zēnu daudzumus attiecīgi ar *m* un *z*. Tad $z=3m$, un pavisam ir 4*m* bērnu.

Ja ir *a* pāru „zēns-meitene”, tad citu pāru ir 2*a*, tāpēc ir pavisam 3*a* pāru. Tāpēc $3a=4m$. Tātad *m* jādalās ar 3, un ir vismaz 12 bērnu. Piemēru ar 12 bērniem skat. 5.zīm.

z m z
z m
z m
z z
z z z

5.zīm.

9.5. Varam pieņemt, ka $x\geq y$. Tad $x^2<x^2+y<x^2+2x+1=(x+1)^2$. Tāpēc x^2+y atrodas starp diviem blakus esošu naturālu skaitļu kvadrātiem. Tātad tas nav naturāla skaitļa kvadrāts. Tāpēc sistēmai atrisinājuma naturālos skaitļos nav.

10.1. a) $x^2+y^2=x^2+(n-x)^2=2x^2-2nx+n^2=2\left(x-\frac{n}{2}\right)^2+\frac{n^2}{2}\geq\frac{n^2}{2}$, jo kvadrāts nav negatīvs.

b) apzīmējam $x=\frac{n}{3}+a$, $y=\frac{n}{3}+b$, $z=\frac{n}{3}+c$; tad $a+b+c=(x+y+z)-3\cdot\frac{n}{3}=0$. Tāpēc

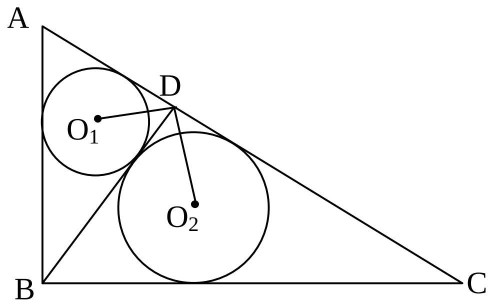
$$x^2+y^2+z^2=\left(\frac{n}{3}+a\right)^2+\left(\frac{n}{3}+b\right)^2+\left(\frac{n}{3}+c\right)^2=\frac{n^2}{3}+\frac{2}{3}n(a+b+c)+(a^2+b^2+c^2)=$$

$$=\frac{n^2}{3}+(a^2+b^2+c^2)\geq\frac{n^2}{3}, \text{ k.b.j.}$$

10.2. Ievērojam, ka $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=a^2\cdot a-3ab(a-b)-b^2\cdot b$. Tā kā a^2 dalās ar *b*, tad $a^2\cdot a$ dalās ar *ab*; tā kā b^2 dalās ar *a*, tad $b^2\cdot b$ dalās ar *ab*. Tātad arī visa izteiksme dalās ar *ab*.

Ja $a=4$ un $b=2$, tad $(a-b)^2$ nedalās ar *ab*.

10.3. Tā kā $\angle O_1DB=\angle O_2DB=45^\circ$, tad $\angle O_1DO_2=90^\circ$. Atceramies, ka ΔADB un ΔBDC ir līdzīgi (piemēram, pēc diviem leņķiem). Līdzīgos trijstūros visi atbilstošie elementi ir proporcionāli; tāpēc $O_1D:AB=O_2D:BC$ (atbilstošie elementi – attālumi no iecentra līdz taisnā leņķa virsotnei un hipotenūzai). Tāpēc $\Delta O_1DO_2\sim\Delta ABC$ (leņķu vienādība un sānu malu proporcionalitāte).



6. zīm.

10.4. Pie $y \geq 4$ labā puse dalās ar 2, bet nedalās ar 8. Kreisajai pusei 2 jāsatur kā reizinātāju 3., 6., 9., ... pakāpē, tāpēc atrisinājuma nav. Atliek pārbaudīt $y = 1; 2; 3$. Iegūstam atrisinājumu $x = 2;\ y = 3$.

10.5. Atbilde: pēc 4 dienām.

Apskatām 7.zīmējumu. Uzvarētājs noteikti būs A, zaudētājs – F, jo viņu pārsvars/atpalicība pirms pēdējās kārtas ir 2 uzvaras.

	A	B	C	D	E	F
A		1		1	1	1
B	0		1	0	1	
C		0		1	0	1
D	0	1	0			1
E	0	0	1			1
F	0		0	0	0	

7.zīm.

Pierādīsim, ka ar 3 dienām nepietiek. Pieņemot pretējo, pirms divām pēdējām kārtām uzvarētāja pārsvaram jābūt vismaz 3 uzvaras, zaudētāja atpalicībai – tāpat. Bet starpība starp uzvarētāju un zaudētāju pēc 3.dienas var būt augstākais 3, un $3 < 3 + 3$.

11.1. Ievērojam, ka $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 x_2) = p^2 - 2q$ ir vesels skaitlis. Tālāk, $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2$ arī ir vesels skaitlis. Līdzīgi seko, ka $x_1^8 + x_2^8$ ir vesels skaitlis.

c) gadījumā vispirms pierādīsim, ka

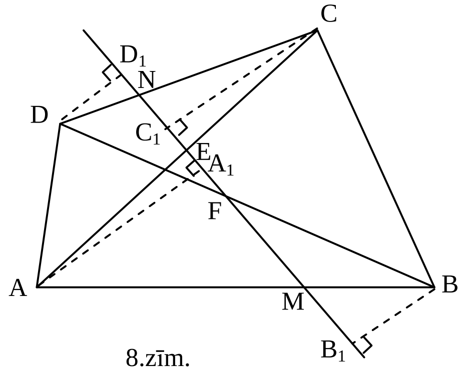
$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)\left((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2\right) = (-p)(p^2 - 3q)$ ir vesels skaitlis.

Tālāk $(x_1^5 + x_2^5) = (x_1^4 + x_2^4)(x_1 + x_2) - (x_1 x_2)(x_1^3 + x_2^3)$, un atkal lietojam Vjeta teorēmu līdz ar iepriekšējiem rezultātiem.

11.2. Ja (x; y) ir atrisinājums, tad arī (-x; y) ir atrisinājums. Tāpēc sākumā apskatām tikai gadījumu $x \geq 0$. Vienādojumu var pārveidot par $x^2y + 10 = 14y$ un tālāk par $y = \frac{10}{14 - x^2}$. Tā kā y jābūt veselam un $y \neq 0$, tad jābūt $\left|14 - x^2\right| \leq 10$, no kurienes $4 \leq x^2 \leq 24$; tā kā apskatām $x \geq 0$, tad $2 \leq x \leq 4$. Pārbaudot visas iespējas, iegūstam atrisinājumus (2;1), (-2;1), (3;2), (-3;2), (4;-5); (-4;-5).

11.3. Pārveidojam nevienādību par $(a-b)+(b-c)+(c-d)+\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-d}\geq 6$ un lietojam nevienādību $x+\frac{1}{x}\geq 2$ pie $x=a-b$; $b-c$; $c-d$. Vienādība pastāv tad un tikai tad, kad $a-b=b-c=c-d=1$.

11.4. Apzīmējam ar A_1, B_1, C_1, D_1 punktu A, B, C, D projekcijas uz taisnes EF. Tā kā $\Delta BFB_1=\Delta DFD_1$ (*hl*), tad $BB_1=DD_1$. Līdzīgi $CC_1=AA_1$.



8.zīm.

Tāpēc $L(ABN)=L(AMN)+L(BMN)=\frac{1}{2}MN(AA_1+BB_1)$.

Līdzīgi $L(CDM)=\frac{1}{2}MN(CC_1+DD_1)$. No tā arī seko vajadzīgais.

11.5. Atbilde: pēc 6 dienām.

Risinājums. Apskatām 9.zīm. Uzvarētājs noteikti būs A, zaudētājs – H, jo viņu pārsvars/atpalicība pirms pēdējās kārtas ir 2 uzvaras.

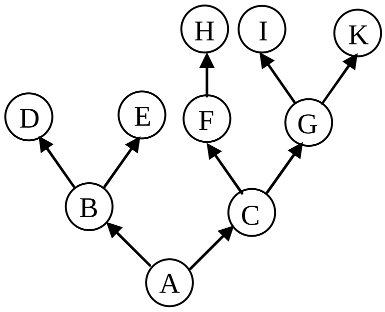
	A	B	C	D	E	F	G	H
A			1	1	1	1	1	1
B			0	1	0	1	1	1
C	0	1		0	0	1		1
D	0	0	1		1		0	1
E	0	1	1	0		0	0	
F	0	0	0		1		1	1
G	0	0		1	1	0		1
H	0	0	0	0		0	0	

9.zīm.

Pierādīsim, ka ar 5 dienām nepietiek. Pieņemot pretējo, pēc 5.dienas uzvarētāja pārsvaram pār citiem jābūt vismaz 3 uzvaras, zaudētāja atpalicībai – tāpat. Bet starpība starp uzvarētāju un zaudētāju pēc 5.dienas var būt augstākais 5, un $5<3+3$.

12.1. Viens no skaitļiem $n-2$; $n-1$; n; $n+1$; $n+2$ dalās ar 5. Tā kā tas nav n, tad $(n^2-1)(n^2-4)$ dalās ar 5. Tā kā viens no reizinātājiem ir pāra, tad $(n^2-1)(n^2-4)$ dalās ar 10. Tāpēc apskatāmā skaitļa pēdējais cipars ir 7. Pie $n=1$ un $n=2$ meklējamā ciparu summa ir 7; pie $n\geq 3$ skaitlim ir vismaz divi cipari. Tāpēc tā ciparu summa ir lielāka par 7. Tātad mazākā iespējamā ciparu summa ir 7, kas tiek sasniegta pie $n=1$ un $n=2$.

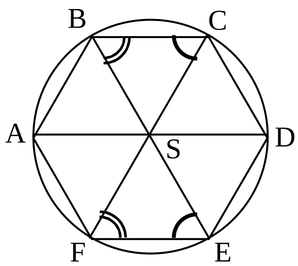
12.2. Acīmredzot jābūt $A=1$. Skaitļus starp „kreiso” un „labo” zaru var sadalīt $C_9^3=84$ veidos. Kreisā zara iekšpusē iespējami 2 sadalījumi (B – mazākais skaitlis). C jābūt mazākajam labajā zarā; tālākais sadalījums iespējams $C_5^2=10$ veidos. Attiecībā uz F un H tālākas izvēles nav. Daļā ar G, I, K iespējami divi izvietojumi (G – mazākais skaitlis).
Pavisam iznāk $84\cdot 2\cdot 10\cdot 2=3360$.



10.zīm.

12.3. Apzīmējam $1-x^2=a$, $1-y^2=b$; tad $\sqrt{a}+\sqrt{b}=a+b$. Tā kā $0\le a\le 1$ un $0\le b\le 1$, tad $\sqrt{a}\ge a$ un $\sqrt{b}\ge b$, turklāt vienādības pastāv tad un tikai tad, ja a un b ir 0 vai 1. Tāpēc iegūstam 9 atrisinājumus $(1;1)$, $(1;-1)$, $(-1;1)$, $(-1;-1)$, $(1;0)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(0;-1)$, $(0;0)$.

12.4. No riņķī ievilktu leņķu īpašībām seko, ka $\Delta BSC\sim\Delta FSE$. Tāpēc $\frac{BC}{EF}=\frac{SB}{SF}$.



11.zīm.

Līdzīgi pierāda $\frac{AF}{CD}=\frac{SF}{SD}$ un $\frac{ED}{AB}=\frac{SD}{SB}$. Sareizinot šīs vienādības, iznāk $\frac{BC}{EF}\cdot\frac{AF}{CD}\cdot\frac{ED}{AB}=1$, no kurienes $BC\cdot AF\cdot ED=EF\cdot CD\cdot AB$.

12.5. Atbilde: a) var, b) nevar.
Risinājums. **a)** sanumurējam virsotnes pēc kārtas ar skaitļiem no 1 līdz 20 un savācam vispirms monētas no 1., 2., 3., 4., 5. virsotnes piektajā virsotnē, bet monētas no 6., 7., 8., 9., 10. virsotnes – 6.virsotnē. Pēc tam līdzīgi rīkojamies pārējām 10 monētām.
b) atkal sanumurējam virsotnes tāpat kā a) daļā un starp 1. un 20. virsotni atzīmējam zaļu punktu Z. Ar S sapratīsim monētu aizņemto virsotņu numuru summu (katras virsotnes numuru ieskaitām tik reižu, cik tajā ir monētu). Sākumā $S=1+2+...+20=10\cdot 21$. Paskatāmies, kā S mainās. Ja kārtējā gājienā Z šķērso divas monētas vai nešķērso neviena, S nemainās. Ja kārtējā gājienā Z šķērso viena monēta, S mainās par 20 jeb par $2\cdot 10$. Tāpēc S vienmēr ir $10\cdot n$, kur n – nepāra skaitlis. Bet, ja visas monētas savāktu pa 4 monētām kaudzē, S dalītos ar 4. Tātad tas nav iespējams.

Īsi norādījumi vērtēšanai

5.1. Par nepareizu piemēru – ne vairāk kā 3 punkti.

5.2. Par katru pareizu piemēru 1 punkts; pārējie 5 punkti „par spriedumiem”.

5.3. Par piemēru bez pamatojuma, ka tas ir minimālais – 5 punkti.

5.5. Par katru daļu 5 punkti.

6.1. Par katru daļu 5 punkti.

6.2. Par katru daļu 5 punkti.

6.3. Par nepareizu piemēru ne vairāk par 3 punktiem.

6.4. Par katru daļu 5 punkti.

6.5. Par katru daļu 5 punkti.

7.1. Par katru daļu 5 piemēri.

7.2. Par uzminētu atbildi – 2 punkti.

7.3. Ja nav pamatojuma, kāpēc visi septītnieki ir vienas iekavas dalītāji, jānoņem 4 punkti.

7.4. Par katru daļu 5 punkti.

7.5. Par katru daļu 5 punkti.

8.2. Par 1 resp. 2 gadījumu apskatīšanu – līdz 3 resp. 6 punktiem.

8.4. Par konkrētu piemēru apskatīšanu – līdz 2 punktiem.

8.5. Par konkrētu piemēru apskatīšanu – līdz 2 punktiem.

9.1. Par katru daļu – 5 punkti.

9.2. Par katru daļu – 5 punkti.

9.4. Par piemēru bez minimālitātes pierādījuma – 5 punkti.

10.1. Par katru daļu – 5 punkti.

10.2. Par katru daļu – 5 punkti.

10.4. Par uzminētu atrisinājumu – 2 punkti.

10.5. Par katru daļu – 5 punkti.

11.1. Par a) daļu **–** 2 punkti; par b) daļu – 3 punkti; par c) daļu – 5 punkti.

11.2. Par atrisinājumiem bez pierādījuma, ka tie ir vienīgie - līdz 5 punktiem.

11.3. Par skaitliskiem piemēriem – līdz 1 punktam.

11.5. Par katru daļu – 5 punkti.

12.1. Par dažu gadījumu aplūkošanu – līdz 2 punktiem.

12.2. Nepareizas atbildes gadījumā ne vairāk par 5 punktiem.

12.3. Par pārveidojumiem bez rezultāta ne vairāk par 2 punktiem.

12.4. Par speciālgadījumu apskatīšanu – līdz 3 punktiem.

12.5. Par katru daļu – 5 punkti.

Vispārēji ieteikumi olimpiāžu darbu vērtēšanai, ja nav doti citi norādījumi

– (svītriņa) – uzdevums nav risināts; tīrrakstā nav minēts pat uzdevuma numurs.
0 punkti – tīrrakstā minēts uzdevuma numurs, bet risinājumā nav nevienas vērtīgas idejas, kas varētu vest pie pareiza atrisinājuma.
1-2 punkti – dažas derīgas idejas, bet bez tālākas izmantošanas vai pamatojuma.
3-4 punkti – veiksmīgi iesākts risinājums, bet nav saskatīts virziens, kā turpināt iesākto un novest līdz galam.
5 punkti – puse risinājuma.
6 punkti – pareizi iesākts un turpināts risinājums, kas tomēr nav paspēts vai prasts novest līdz pašam galam.
7 punkti – principā pareizs risinājums, bet ir kāda lielāka iebilde, nepilnība, trūkums.
8-9 punkti – uzdevums atrisināts, bet risinājumam nelieli defekti – trūkst kāda paskaidrojuma, izlaistas mazāk būtiskas, bet tomēr nepieciešamas detaļas utml.
10 punkti – absolūti pareizs un skaidri saprotami pierakstīts risinājums bez iebildēm, piebildēm un citiem trūkumiem.

Labu veiksmi Jums un Jūsu skolēniem!
A.Liepas NMS