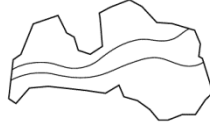




Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS
ATTĪSTĪBAS
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA

Eiropas Sociālais
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

Latvijas 67. matemātikas olimpiādes 3. posma 2. kārtas uzdevumi

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 7 punktiem

1. Funkcijai $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, kas definēta veseliem skaitļiem un pieņem reālas vērtības, izpildās šādas īpašības:
 - a) $f(0) \neq 0$,
 - b) $f(-1) = -1$
 - c) $f(x)f(y) = f(x + y) + f(x - y)$ visiem veseliem skaitļiem x un y .Aprēķināt $f(27)$ un $f(2017)$.
2. Doti divi nesakrītoši regulāri n -stūri $PA_1A_2 \dots A_{n-1}$ un $PB_1B_2 \dots B_{n-1}$ (virsošnes dotas pulksteņrādītāja virzienā). Pierādīt, ka taisnes $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_{n-1}B_{n-1}$ krustojas vienā punktā!
3. Atrast visus tādus pirmskaitļu pārus $(a; b)$, ka $a^b b^a + 1$ arī ir pirmskaitlis!
4. Katrs no 10 skolēniem nopirka tieši 3 grāmatas. Zināms, ka jebkuriem diviem skolēniem ir vismaz viena grāmata, ko nopirkuši viņi abi. Noteikt mazāko iespējamo skolēnu skaitu, kuri visi nopirkuši vispopulārāko grāmatu! (Vispopulārākā ir tā grāmata, kuru nopirkuši visvairāk skolēnu.)
5. Pierādīt, ka $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{117} + \frac{1}{119} > 2$.