Līdzfinansē Eiropas Savienība
Nacionālais attīstības plāns 2027
Valsts izglītības attīstības aģentūra

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

14.04.2025.

---

1. Ap apaļu galdu sēž 8 bērni. Katriem trīs pēc kārtas sēdošiem bērniem kopā ir nepāra skaits konfekšu. Pierādīt, ka katram bērnam ir vismaz viena konfekte!

2. Uz trijstūra ABC malas AB atlikts tāds punkts D, ka $AD : DB = 2 : 1$. Trijstūra ABC mediāna BE krusto CD punktā F. Pierādīt, ka $BF = FE$.

3. Bezgalīgā naturālu skaitļu virknē katru nākamo skaitli, sākot no otrā, var iegūt iepriekšējam pieskaitot vai nu 54, vai 77. Pierādīt, ka šajā virknē ir skaitlis, kuram divi pēdējie cipari ir vienādi!

4. Dotas septiņas pēc ārējā izskata vienādas monētas, no kurām piecas ir īstas (tām visām ir vienāda masa), bet divas ir viltotas (abām viltotajām ir vienāda masa), turklāt zināms, ka viltotā monēta ir vieglāka nekā īstā. Kā ar 3 svēršanām uz sviru svariem bez atsvariem atrast abas viltotās monētas?

5. Uz tāfeles uzrakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 2025. Alise un Kate spēlē šādu spēli. Spēli sāk Alise, viņas gājienus veic pamīšus un katrā gājiena katra meitene nodzēš vienu skaitli. Spēle beidzas, kad uz tāfeles palikuši divi skaitļi. Ja šo skaitļu summa ir kāda naturāla skaitļa kvadrāts, tad uzvar Alise, pretējā gadījumā uzvar Kate. Kura meitene, pareizi spēlējot, noteikti var uzvarēt?

Līdzfinansē Eiropas Savienība
Nacionālais attīstības plāns 2027
Valsts izglītības attīstības aģentūra

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

10. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

14.04.2025.

1. Vai eksistē tādi veseli skaitļi a, b, c, d, ka $|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-a|=2025$?

2. Dots vienādsānu trijstūris ABC, kuram $AB=AC$ un $\sphericalangle BAC=80°$. Uz malas AC atlikts punkts E tā, ka $\sphericalangle EBC=30°$, bet uz nogriežņa BE atlikts punkts M tā, ka $\sphericalangle MCB=10°$. Aprēķināt $\sphericalangle AMC$ lielumu!

3. Dots naturāls skaitlis $n>1$. Katram skaitļa $n+1$ pozitīvam dalītājam d (ieskaitot 1 un $n+1$) Petrs izdalīja skaitli n ar d (ar atlikumu), dalījumu uzrakstīja uz tāfeles, bet atlikumi ierakstīja kladē. Pierādīt, ka uz tāfeles un kladē ir uzrakstīti vieni un tie paši skaitļi!

4. Dots 5×5 rūtiņu kvadrāts, kurā katrā rūtiņā ierakstīts skaitlis no 1 līdz 25 (skat. 1. att.). No šī kvadrāta izgrieza 6 figūras, kas katra bija vai nu 1×4 rūtiņu taisnstūris (vertikāls vai horizontāls), vai arī 2×2 rūtiņu kvadrāts, pāri palika viena rūtiņa. Kāds skaitlis var būt rakstīts uz šīs rūtiņas?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1. att.

5. Naturālu skaitli ar vismaz diviem cipariem sauksim par īpašu, ja, nodzēšot jebkuru vienu tā ciparu, iegūst sākotnējā skaitļa dalītāju. Piemēram, 120 ir īpašs skaitlis (dalās gan ar 12, gan ar 20, gan ar 10, nodzēšot attiecīgi 0; 1 vai 2). Atrast visus deviņciparu īpašos skaitļus, kuri dalās ar deviņi!
Piezīme. Gadījumā, ja pēc pirmā cipara nodzēšanas atlikušais skaitlis sākas ar vienu vai vairākām nullēm, tad liekās nulles tiek atmestas.

Līdzfinansē Eiropas Savienība

2027 Nacionālais attīstības plāns

Valsts izglītības attīstības aģentūra

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 "Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide"

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

14.04.2025.

1. Dotas septiņas pēc ārējā izskata vienādas monētas, no kurām piecas ir īstas (tām visām ir vienāda masa), bet divas ir viltotas (abām viltotajām ir vienāda masa), turklāt zināms, ka viltotā monēta ir vieglāka nekā īstā. Kā ar 3 svēršanām uz sviru svariem bez atsvariem atrast abas viltotās monētas?

2. Četrstūris $ABCD$ ievilkts riņķa līnijā, tā diagonāles krustojas punktā E. Uz hordām AC un BD attiecīgi atlikti tādi punkti F un G, ka $AF = BE$ un $DG = CE$. Pierādīt, ka punkti B, F, G, C atrodas uz vienas riņķa līnijas!

3. Divas dažādas skaitļu virknes $a_1;\ a_2;\ \ldots;\ a_{2025}$ un $b_1; b_2;\ \ldots; b_{2025}$ katra satur visus naturālos skaitļus no 1 līdz 2025 (katru tieši vienu reizi), bet skaitļu virkne $c_1;\ c_2;\ \ldots;\ c_{2025}$ satur visus pāra skaitļus no 2 līdz 4050 katru tieši vienu reizi. Pierādīt, ka

$$\frac{c_1^2 - 4a_1b_1}{a_1 + b_1 + c_1} + \frac{c_2^2 - 4a_2b_2}{a_2 + b_2 + c_2} + \cdots + \frac{c_{2025}^2 - 4a_{2025}b_{2025}}{a_{2025} + b_{2025} + c_{2025}} > 0.$$

4. Dots 7×7 rūtiņu kvadrāts. No šī kvadrāta izgrieza 12 figūras, kas katra bija vai nu 1×4 rūtiņu taisnstūris (vertikāls vai horizontāls), vai arī 2×2 rūtiņu kvadrāts, pāri palika viena rūtiņa. Kurā vietā sākotnējā kvadrātā varēja atrasties šī pāri palikusī rūtiņa?

5. Uz tāfeles sākumā uzrakstīti divi vieninieki. Vienā gājienā var:
- nodzēst vienu uz tāfeles uzrakstīto skaitli un tā vietā uzrakstīt divas reizes lielāku;
- ja uz tāfeles uzrakstītie skaitļi ir dažādi (apzīmēsim tos ar $x > y$), tad nodzēst skaitli x un tā vietā uzrakstīt skaitli $x - y$.

Vai, atkārtojot šādus gājienus, var panākt, ka uz tāfeles ir uzrakstīti skaitļi **a)** 20 un 24; **b)** 20 un 25?

Līdzfinansē Eiropas Savienība
Nacionālais attīstības plāns 2027
Valsts izglītības attīstības aģentūra

Eiropas Sociālā fonda Plus projekts Nr. 4.2.2.3/1/24/I/001 “Pedagogu profesionālā atbalsta sistēmas izveide”

Latvijas 75. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

14.04.2025.

1. Pierādīt, ka visām naturālām n vērtībām $2^{2n-1}3^{n-1}+5^n$ dalās ar 7.

2. Četrstūris $ABCD$, kuram $AB+CD=AD$, ir ievilkts riņķa līnijā. Pierādīt, ka leņķu ABC un BCD bisektrišu krustpunkts atrodas uz četrstūra malas AD.

3. Pozitīviem reāliem skaitļiem x, y, z izpildās $x+y+z=1$. Pierādīt, ka

$$\frac{1}{xy-z+2}+\frac{1}{yz-x+2}+\frac{1}{xz-y+2}\geq\frac{27}{16}.$$

4. Pirmskaitļi p un q ir tādi, ka p^2+pq+q^2 ir kāda naturāla skaitļa kvadrāts. Pierādīt, ka p^2-pq+q^2 ir pirmskaitlis!

5. Uz tāfeles uzrakstīti divi polinomi $P(x)=x^2+2$ un $Q(x)=x+1$. Vienā gājienā Ilmārs izvēlas kādus divus uz tāfeles jau uzrakstītus polinomus a un b (a un b var būt arī viens un tas pats polinoms) un uzraksta uz tāfeles kādu no polinomiem $a+b$, $a-b$ vai $a\cdot b$ (rezultātā var sanākt arī nulltās pakāpes polinoms, kas ir skaitlis). Vai, atkārtojot šādas darbības, viņam kādā brīdī var izdoties uz tāfeles uzrakstīt polinomu: **a)** x^3+2; **b)** x^4+2?