

Teorijas materiāls 2. un 6. uzdevumam

Krāsošanas metode

Bieži vien mēs varam sadalīt kaut kādu kopu galīga skaita apakškopās, lai atvieglotu spriešanu. Šo dalīšanu var attēlot ar **krāsošanu**. Ar krāsošanu parasti cenšas pamatot, ka kaut kas nav iespējams.

Bieži krāsošanu var izmantot uzdevumos par figūru sagriešanu vai salikšanu. Risinot šāda tipa uzdevumus, būtiski ir atrast tādu iekrāsošanas veidu, lai rastos pretruna – iekrāsoto rūtiņu skaits lielajā figūrā atšķirtos no kopējā iekrāsoto rūtiņu skaita mazajās figūrās.

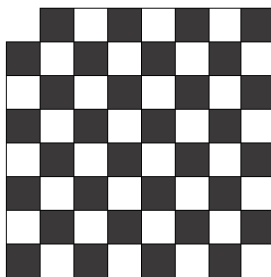
Rūtiņas vai citus elementus (punktus, nogriežņus, skaitļus u.c.) var iekrāsot dažādi. Visbiežāk tiek lietota iekrāsošana kā šaha galdiņam, taču rūtiņas pēc nepieciešamības var iekrāsot arī, piemēram, joslās, diagonālēs vai atbilstoši uzdevumam atrast citu iekrāsošanas veidu.

Grūtākos uzdevumos var nākties izmantot vairāk nekā divas krāsas, lai veiksmīgi atrisinātu uzdevumu.

Uzdevumu piemēri 5.-7. klasei

1. No šaha galdiņa izgriezti divi lauciņi, kas atrodas pretējos stūros. Vai atlikušo laukumu var pārklāt ar domino kauliņiem? Katrs kauliņš pārklāj tieši 2 rūtiņas, kauliņi nedrīkst pārklāties.

Atrisinājums. Ja šaha galdiņš ir iekrāsots melnās un baltās rūtiņas, tad tajā ir 32 balti un 32 melni lauciņi. Ja tiek izņemti divi pretējie stūri, tad būs 30 lauciņi baltā krāsā un 32 – melnā krāsā (skat. 1. att.), bet katrs domino kauliņš pārklāj tieši 1 melnu un 1 baltu lauciņu, tāpēc visi domino kauliņi kopā pārklās vienāda skaita baltos un melnos lauciņus. Līdz ar to prasītais nav iespējams.

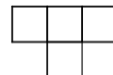


1. att.

2. Vai kvadrātu ar izmēriem 8×8 rūtiņas var pārklāt, izmantojot vienu 2. att. doto figūru un 15 figūras, kas dotas 2. att.? Figūras nedrīkst iziet ārpus taisnstūra, figūras nedrīkst pārklāties, figūras drīkst pagriezt un apmest otrādi.

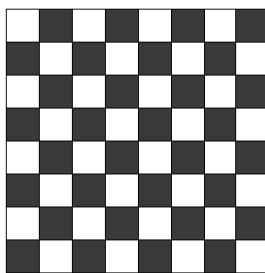


2. att.



3. att.

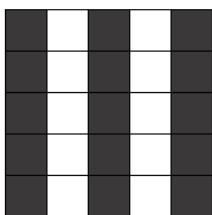
Atrisinājums. Iekrāsosim doto kvadrātu šaha galdiņa veidā (skat. 4. att.). Iegūstam 32 melnas un 32 baltas rūtiņas. Lai kā arī novietotu 2. att. figūru, tā vienmēr noklāj 2 melnas un 2 baltas rūtiņas. Tātad atliek 30 baltas un 30 melnas rūtiņas, kuras jānoklāj ar 3. att. figūrām. Viena figūra var noklāt 3 melnas un 1 baltu rūtiņu vai tieši otrādi – 3 baltas un 1 melnu rūtiņu. Tā kā ir jāizmanto 15 figūras, tad ar tām var noklāt nepāra skaita melno un balto rūtiņu. Tā kā no katras krāsas jānoklāj 30 rūtiņu, kas ir pāra skaits, secinām, ka to izdarīt nevar.



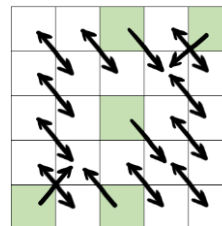
4. att.

3. Dots kvadrāts ar izmēriem 5×5 rūtiņas. Katrā rūtiņā sēž tieši viena vabole. Pēc signāla katra vabole aizrāpo uz rūtiņu, kam ar esošo ir kopīgs stūris, bet nav kopīga mala. Pēc šī signāla var gadīties, ka kādā rūtiņā var sēdēt vairākas vaboles un dažās rūtiņās – neviena. Kāds ir mazākais iespējamais tukšo rūtiņu skaits pēc signāla?

Atrisinājums. Kvadrāta kolonas iekrāšosim melnās un baltās joslās (skat. 5. att.). Katra vabole pēc signāla nonāks rūtiņā ar otru krāsu. Sākumā melnajās rūtiņās kopā atrodas 15 vaboles, tātad pēc signāla tās visas atradīsies baltajās rūtiņās, kuras ir tikai 10. Sākumā baltajās rūtiņās kopā atrodas 10 vaboles, tātad pēc signāla melnajās rūtiņās atradīsies tikai 10 vaboles. Iegūstam, ka vienmēr būs vismaz $25 - 10 - 10 = 5$ tukšas rūtiņas pēc signāla. Piemērs, kā vaboles var aizrāpot pēc signāla tā, lai 5 rūtiņas paliktu tukšas, redzams 6. att., kurā ar bultiņām norādīta vaboļu pārvietošanās un iekrāsotas rūtiņas, kuras paliek tukšas.



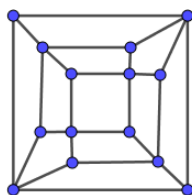
5. att.



6. att.

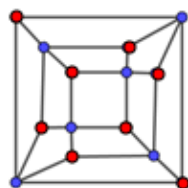
Uzdevumu piemēri 8.-9. klasei

4. Kartē (skat. 7. att.) ar punktiem apzīmētas pilsētas, bet ceļi – ar nogriežņiem. Vai no kartē dotajiem ceļiem var izveidot tādu maršrutu, kas katru no 14 pilsētām satur tieši vienu reizi?



7. att.

Atrisinājums. Katru pilsētu iekrāšosim sarkanu vai zilu tā, lai jebkuras divas pilsētas, kuras savieno ceļš, būtu pretējās krāsās (skat. 8. att.). Tātad, veidojot maršrutu, katra nākamā pilsēta ir citā krāsā, un šādam maršrutam tad būtu alternējoši jāiet caur 7 sarkanām un 7 zilām pilsētām, bet kopā ir tikai 6 zilās pilsētas, tāpēc prasītais nav iespējams.



8. att.

5. Katrs naturālais skaitlis tiek izkrāsots melns vai balts. Zināms, ka jebkuru divu dažādi nokrāsotu skaitļu summa ir melns skaitlis, bet to reizinājums ir balts skaitlis. Kādā krāsā ir divu baltu skaitļu reizinājums?

Atrisinājums. Zināms, ka $b + m = m$ un $b \cdot m = b$. Tātad $b \cdot (b + m) = b$. Atverot iekavas, iegūstam, ka

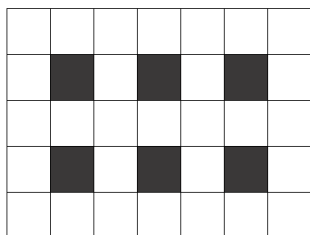
$$b \cdot b + b \cdot m = b \cdot b + b$$

$$= b.$$

Tā kā $m + b = m$, tad esam spiesti izvēlēties, ka $b \cdot b = b$ jeb baltu skaitļu reizinājums ir balts.

6. Taisnstūra formas grīda ir noklāta ar 2×2 un 1×4 izmēra flīzēm. Gadījās, ka viena flīze tika saplēsta, bet to aizvietot var tikai ar otra veida flīzi. Pamatot, ka nevar pārkārtot flīzes, lai vēlreiz noklātu grīdu!

Atrisinājums. Nokrāsojot grīdu, kā redzams 9. att., varam saskatīt, ka 2×2 izmēra flīze vienmēr noklās tikai vienu melnu lauciņu, bet 1×4 izmēra flīze noklās 0 vai 2 melnos lauciņus. Tātad nevarēs pārkārtot flīzes, jo nesakrīt melno lauciņu skaits, ko katra flīze noklāj.



9. att.

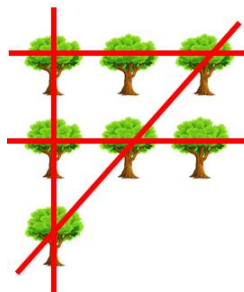
Profesora Cipariņa klubs
2024./2025. mācību gads
2. kārtas uzdevumi

1. uzdevums

a) Vai deviņus kokus var iestādīt tā, lai tieši trīs koki atrastos uz astoņām taisnēm?

b) Vai septiņus kokus var iestādīt tā, lai tieši trīs koki atrastos uz sešām taisnēm?

Piezīme. Piemēram, 10. att., septiņi koki iestādīti tā, ka tieši trīs koki atrodas uz četrām taisnēm.



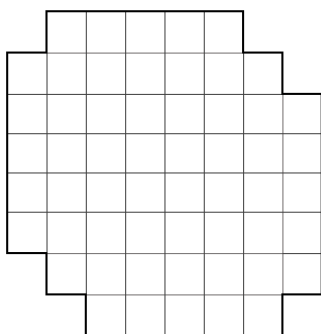
10. att.

2. uzdevums

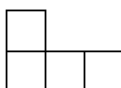
a) Vai 11. att. figūru var pārklāt, izmantojot 12. att. un 13. att. figūras?

b) Vai kvadrātu ar izmēriem 6×6 rūtiņas var pārklāt, izmantojot vienu 12. att. un astoņas 13. att. figūras?

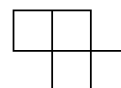
Piezīme. Figūras nedrīkst iziet ārpus 11. att. figūras un kvadrāta, figūras nedrīkst pārklāties, figūras drīkst pagriezt un apmest otrādi.



11. att.



12. att.



13. att.

3. uzdevums

Olimpijā telefona numura pirmie divi cipari ir 81 un pavisam telefona numurs satur 6 ciparus. Alfons nevar atcerēties sava drauga Teodora telefona numuru. Viņš somā atrada noplēstu papīra gabaliņu, uz kura ir daļa no Teodora telefona numura (skat. 14. att.). Kāds mazākais zvanu skaits uz dažādiem numuriem jāveic, lai noteikti noskaidrotu Teodora numuru?

Piezīme. Uz katru veikto zvanu tiek atbildēts un pateikts, vai ir sazvanīts Teodors.



14. att.

4. uzdevums

Rudens konkursam nepieciešams sagatavot 40 uzdevumus. To apņēmās izdarīt 30 skolēni no piecām dažādām klasēm. Skolēni, kas mācās vienā klasē, izdomāja vienādu skaitu uzdevumu. Jebkuri divi skolēni no dažādām klasēm izdomāja atšķirīgu skaitu uzdevumu. Cik skolēnu izdomāja vienu uzdevumu?

5. uzdevums

Naturālu skaitli var uzrakstīt kā 18 tā dalītāju (ne obligāti dažādu) summu un arī kā 19 tā dalītāju (ne obligāti dažādu) summu. Pierādīt, ka šo skaitli var uzrakstīt kā 20 tā dalītāju (ne obligāti dažādu) summu.

6. uzdevums

Katrs punkts plaknē ir nokrāsots vai nu zils, vai sarkans. Pamatot, ka var atrast nogriezni ar garumu 2024 un nogriezni ar garumu 2025, kuriem visi galapunkti ir vienā un tajā pašā krāsā!

7. uzdevums

Bezgalīgā futbola laukumā novietota sarkana, zaļa un zila futbolbumba tā, lai tās neatrastos uz vienas taisnes. Francis izvēlas jebkuru no bumbām un sper to starp atlikušajām divām, lai tā krustotu nogriezni, kura galapunkti ir atlikušās divas bumbas. Vai Francis var panākt, ka pēc 2025 šādiem spērieniem bumbas nonāk to sākotnējās pozīcijās?