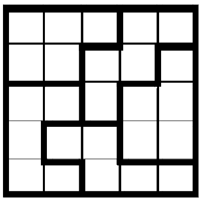
**"Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.**

**1.nodarbības uzdevumi**

**1.** Vai izteiksmē $1:2:3:4:5:6$ var ievietot iekavas tā, lai izteiksmes vērtība būtu **a)** 5, **b)** 2 ?

**2.** Kādā veikalā visiem bērniem dod vienu un to pašu atlaidi. Andris nopirka somu un samaksāja 8 latus. Maija nopirka grāmatu un samaksāja 5 latus. Katrīna nopirka tādu pašu grāmatu tādā pašā somā un samaksāja 14 latus. Cik lielu atlaidi dod šajā veikalā?

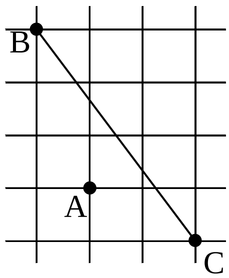
**3.** Vai var katrā rūtiņā ierakstīt pa vienam ciparam no 1 līdz 5 tā, lai katrā rindā, katrā kolonnā un katrā ar biezajām līnijām norobežotajā apgabalā visi cipari būtu dažādi?



1.zīm.

**4.** Iedomāsimies, ka sareizināti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 2009 ieskaitot; katrs skaitlis ņemts kā reizinātājs vienu reizi. Rezultātam aprēķināta ciparu summa. Šai summai savukārt aprēķināta ciparu summa. Šai summai savukārt aprēķināta ciparu summa utt., kamēr iegūts viencipara skaitlis. Kāds tas ir?

**5.** No vienādiem kvadrātiem izveidots rūtiņu režģis (skat. 2.zīm.); kvadrāta malas garums ir 2. Aprēķināt attālumu no punkta *A* līdz nogrieznim *BC*.




2.zīm.

**6.** Katrs no 4 rūķīšiem A, B, C, D vai nu vienmēr melo, vai vienmēr runā patiesību. Kādu rītu A paziņoja, ka B ir teicis, ka C apgalvo, ka D ir stāstījis, ka A ir melis. Cik meļu var būt starp šiem 4 rūķīšiem?

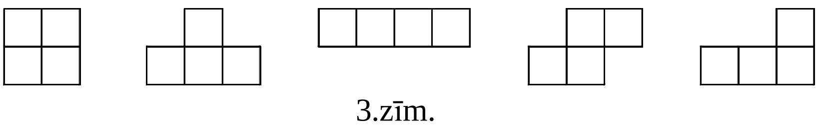
**7.** Kvadrāts sastāv no **a)** $6\times6$**, b)** $7\times7$ vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Kādu lielāko skaitu rūtiņu var nokrāsot, lai nekādām divām nokrāsotām rūtiņām nebūtu ne kopēja mala, ne kopējs stūris?

**8.** Vai skaitļu rindā

**1 2 3 4 5 6 7 8 9 10**

starp katriem diviem blakus esošiem skaitļiem var ierakstīt „+” zīmi vai „–” zīmi tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu
**a)** 20009, **b)** 1, **c)** 2 ?

**9.** Taisnstūris sastāv no $4\times5$ vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Vai to var sagriezt 5 tādos gabalos, kādi redzami 3.zīm.? (Visiem griežot iegūtajiem gabaliem jābūt dažādiem.)



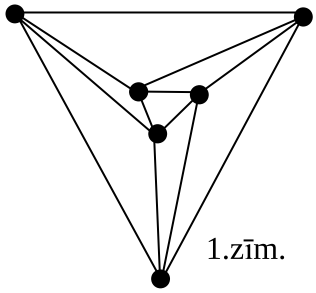
3.zīm.

**10.** Sastādiet paši matemātikas uzdevumu, kas atspoguļo kādu pagājušās vasaras notikumu, un kopā ar atrisinājumu atsūtiet mums to.

**"Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.**

**2.nodarbības uzdevumi**

**3.** Labo Rūķīšu karaļvalstī ir 6 pilsētas. Tās savieno ceļi, kā parādīts 1.zīm.



1.zīm.

Vai var uz katra ceļa ieviest vienvirziena satiksmi tā, lai no katras pilsētas varētu aizbraukt uz katru citu, braucot pa vienu vai, augstākais, diviem ceļiem?

**4.** Dots, ka *a, b, c, d* – pozitīvi skaitļi. Pierādīt, ka

$$\frac{a+b}{b+c+d}+\frac{b+c}{c+d+a}+\frac{c+d}{d+a+b}+\frac{d+a}{a+b+c}>2.$$

**3.** Dots 100-ciparu naturāls skaitlis, kurā neviens cipars nav 0. Katri divi blakus esoši šī skaitļa cipari virzienā no skaitļa sākuma uz beigām veido divciparu skaitli, kas dalās ar vismaz 3 dažādiem pirmskaitļiem. Atrast šī skaitļa 50-to ciparu.

**4.** Doti 9 dažādi pozitīvi skaitļi. Neviens no tiem nav mazāks par 1 un nav lielāks par 60. Vai taisnība, ka katru divu skaitļu attiecība **var būt** lielāka par $\frac{3}{2}$, ja zināms, ka visi skaitļi ir a) naturāli, b) racionāli?

**5.** Uz riņķa līnijas atzīmēti 7 punkti, kas to sadala 7 vienādos lokos. Izmantojot tikai lineālu un zīmuli, konstruēt riņķa centru.

**6.** Tabula sastāv no $3 \times 3$ rūtiņām; katrā rūtiņā ierakstīts naturāls skaitlis. Vai var būt, ka vienā rindiņā ierakstīto skaitļu summa ir 2009, vienā kolonnā ierakstīto skaitļu summa ir 2010, bet pārējās rindās un kolonnās ierakstīto skaitļu summas visas dalās ar 3?

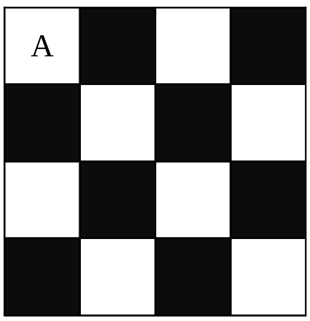
**7.** Trijstūrī *ABC* visas malas ir vienādas; punkts *M* atrodas tā iekšpusē. Pierādīt, ka eksistē trijstūris, kura malu garumi ir *MA*, *MB* un *MC*?

Vai līdzīgs apgalvojums ir pareizs arī, ja *M* atrodas ārpus $\Delta ABC$ ?

**8.** Kvadrāts sastāv no $4 \times 4$ vienādām kvadrātiskām rūtiņām, kas izkrāsotas šaha galdiņa kārtībā (skat. 2.zīm.)

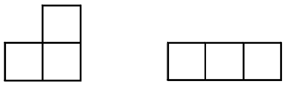
Rūtiņā A atrodas skudra. Ar vienu gājienu viņa var aizrāpot no rūtiņas, kurā atrodas pirms gājiena, uz citu rūtiņu, kurai ar iepriekšējo ir kopēja mala.

Skudrai jāveic 15 gājieni un gala rezultātā jābūt apmeklējušai visas rūtiņas (rūtiņa A skaitās jau apmeklēta sākumā). Kurās rūtiņās skudra var beigt savu kustību?




2.zīm.

**9.** Kvadrāts sastāv no $5 \times 5$ vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Kāds mazākais rūtiņu daudzums no tā jāizgriež, lai no atlikušās daļas nevarētu izgriezt nevienu no 3. zīm. attēlotajām figūrām?



3.zīm.

**10.** Dots, ka *n* – naturāls skaitlis, kura pierakstā izmantoti tikai cipari 0, 1 un 2. Skaitļa *5n* ciparu summa ir 2009. Kāda ir skaitļa *n* ciparu summa?

# "Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.

## 3.nodarbības uzdevumi

**1.** Atrodiet divus naturālus skaitļus, no kuriem viens divas reizes lielāks par otru un kas abi kopā satur visus 10 ciparus, katru tieši vienu reizi. Pietiek uzrādīt vienu piemēru.

**2.** Kas lielāks: $15^{15}$ vai $9^{20}$?

**3.** Plaknē uzzīmēta viena riņķa līnija un 3 taisnes. Kādā lielākajā skaitā daļu tās var sadalīt plakni?

**4.** Taisnstūris sadalīts 9 mazākos taisnstūros (skat. 1.zīm.). Četru taisnstūru perimetri zināmi; tie uzrādīti zīmējumā. Kādās robežās var mainīties vidējā taisnstūra perimetrs?

| | | |
|---|---|---|
| | 2 | |
| 1 | ? | 3 |
| | 4 | |

1.zīm.

**5.** Vai var pa apli izrakstīt naturālos skaitļus no 1 līdz 14 ieskaitot, katru tieši vienu reizi tā, lai katru divu blakus uzrakstīto skaitļu starpība būtu vai nu 3, vai 4?

**6.** Vai naturālos skaitļus no 2002 līdz 2009 ieskaitot var sadalīt divās grupās tā, lai būtu vienādas gan grupās ietilpstošo skaitļu summas, gan to kvadrātu summas?

**7.** Kāda ir minimālā ciparu summa naturālam desmitciparu skaitlim, kas dalās ar 33?

**8.** Vai jūs varat izdomāt trīs trijstūrus tā, lai no tiem varētu salikt gan trijstūri, gan izliektu četrstūri, gan izliektu piecstūri? Saliekot daļas nedrīkst pārklāties, bet vajadzības gadījumā atļauts tās apgriezt „ar apakšu uz augšu”.

**9.** Rindā novietotas 10 pēc ārējā izskata vienādas monētas. Zināms, ka dažas (vismaz viena) no kreisā gala pēc kārtas novietotas monētas sver katra 7 gramus, bet pārējās monētas (vismaz viena) sver katra 8 gramus. Doti sviras svari bez atsvariem. Kā ar divām svēršanām noskaidrot, cik sver katra monēta?

**10.** Sastādiet paši savu uzdevumu ar jaunā, 2010.gada tematiku un atsūtiet to mums!

**"Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.**

**4.nodarbības uzdevumi**

**1.** Dots, ka $n$ – naturāls skaitlis. Pierādiet, ka $n^2 - n$ dalās ar 2 un $n^3 - n$ dalās ar 3.

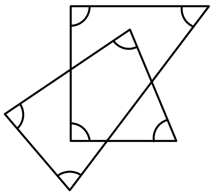
**2.** Naturālu skaitļu $A$ un $B$ pierakstā kopā ir 9 cipari. Tie visi ir dažādi, un neviens no tiem nav 0. Vai var gadīties, ka reizinājums $A \cdot B$ beidzas ar 4 nullēm?

**3.** Jānītis raksta rindā augošā secībā visus naturālos skaitļus sākot ar 1, nevienu neizlaižot un katru skaitli rakstot tieši vienu reizi. Vai var gadīties, ka pēc kāda skaitļa uzrakstīšanas ciparu „2" rindā būs vairāk nekā ciparu „1"?

**4.** Dots, ka $a > b > c > 0$ un $x > y > z > 0$. Pierādīt, ka $ax + by + cz > ay + bz + cx$.

**5.** Rūtiņu lapā uzzīmēts kvadrāts, kas sastāv no 64 rūtiņām. Parādiet, ka šo kvadrātu var sagriezt 4 daļās tā, lai no tām varētu izveidot vienu 16 rūtiņu kvadrātu un vienu 49 rūtiņu kvadrātu, kuram centrā ir vienu rūtiņu liels „caurums". Griezumiem jāiet pa rūtiņu līnijām.
Pietiek parādīt vienu veidu, kā to izdarīt.

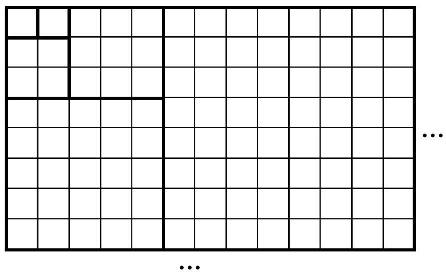
**6.** Aprēķināt 1.zīm. parādītās slēgtās lauztās līnijas veidoto atzīmēto leņķu lielumu summu. (Šie leņķi **ne noteikti** ir vienādi savā starpā.)



1.zīm.

**7.** Kādā klasē ir 32 skolēni. Bioloģijas skolotājs vēlas noorganizēt pulciņu ar 12 dalībniekiem. Matemātikas skolotājs vēlas noorganizēt pulciņu ar 20 dalībniekiem. Kuram pulciņam iespējamo dalībnieku sastāvu ir vairāk? (Skolēni, kas to vēlas, var piedalīties arī abos pulciņos.)

**8.** Skaitļu virkni 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; ... (katrs loceklis, sākot ar trešo, vienāds ar abu iepriekšējo summu) sauc par Fibonači skaitļiem.
Kāda ar Fibonači skaitļiem saistīto fakta pamatojuma Jūs spējat saskatīt 2.zīm.?



2.zīm.

**9.** Skaitļa 12 visi naturālie dalītāji ir 1; 2; 3; 4; 6; 12. Nav grūti pārbaudīt, ka

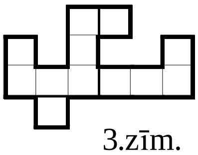
$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = \frac{12}{1} + \frac{12}{2} + \frac{12}{3} + \frac{12}{4} + \frac{12}{6} + \frac{12}{12}.$$

Formulējiet un pamatojiet līdzīgu īpašību patvaļīgam naturālam skaitlim.

**10.** Uz rūtiņu papīra (rūtiņas malas garums ir 1) uzzīmēts daudzstūris, kura malas iet pa rūtiņu līnijām; daudzstūra **iekšpusē** nav nevienas rūtiņu virsotnes. Piemēru skat. 3.zīm.

a) vai šī daudzstūra perimetrs var būt 101?

b) kāds var būt šī daudzstūra laukums, ja tā perimetrs ir 50?



3.zīm.

## "Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.

### 5.nodarbības uzdevumi

**1.** Ar kādu lielāko naturālu skaitli dalās gan 1517, gan 1147 ?

**2.** Rūtiņu papīra lapā 57 rūtiņas nokrāsotas melnas. Pierādiet: var atrast 15 melnas rūtiņas tā, lai nekādām divām no tām nebūtu ne kopīgas malas, ne kopīga stūra.

**3.** Turnīrā piedalās 8 komandas. Katrai ar katru citu jāspēlē tieši vienu reizi. Neviena komanda vienā dienā nevar piedalīties vairāk kā vienā spēlē. Ar kādu mazāko dienu skaitu pietiek, lai nospēlētu visas spēles?

**4.** Šaurleņķu trijstūrī malu garumi ir 10, 11 un 12. Riņķa līnija atrodas trijstūra iekšpusē. Pierādiet, ka tās rādiuss ir īsāks par 5.

**5.** Burtu virkni sauc par stabilu, ja kāds tās sākuma fragments sakrīt ar kādu beigu fragmentu. Piemēram, stabilas ir virknes $\underline{a}\ b\ c\ \underline{a}$, $\underline{a\ d}\ \underline{a\ d}$ u.tml.

Uzrakstiet burtu virkni, kas **kļūst stabila**, ja tai galā pieraksta

1) jebkuru no burtiem $a$; $b$; $c$,

2) jebkuru no burtiem $a$; $b$; $c$; $d$; $e$.

**6.** Izliekta četrstūra diagonāles sadala to četros trijstūros. Katra trijstūra laukums kvadrātcentimetros izsakās ar pirmskaitli. Vai visi šie pirmskaitļi var būt dažādi?

**7.** Šaurleņķu trijstūrī atzīmēts vienas malas viduspunkts. Kā, izmantojot lineālu un cirkuli, konstruēt visus šī trijstūra augstumus, ja cirkuli atļauts izmantot tikai vienreiz?

**8.** Atverot iekavas, nav grūti pārbaudīt vienādību

$$\left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right)=\left(ax+by\right)^2+\left(ay-bx\right)^2$$

Izdomājiet līdzīgu vienādību, kuras kreisajā pusē ir $\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)\left(x^2+y^2+z^2+t^2\right)$, bet labajā pusē – četru iekavu kvadrātu summa.

**9.** Aprēķinot tabulas

$$\begin{array}{cccccc}
1\cdot 1 & 1\cdot 2 & 1\cdot 3 & \dots & 1\cdot(n-1) & 1\cdot n \\
2\cdot 1 & 2\cdot 2 & 2\cdot 3 & \dots & 2\cdot(n-1) & 2\cdot n \\
3\cdot 1 & 3\cdot 2 & 3\cdot 3 & \dots & 3\cdot(n-1) & 3\cdot n \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
n\cdot 1 & n\cdot 2 & n\cdot 3 & \dots & n\cdot(n-1) & n\cdot n
\end{array}$$

skaitļu summu divos dažādos veidos, pierādiet vienādību

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+\left(n-1\right)^3+n^3=\left(1+2+\ldots+n\right)^2,$$

ja $n$ – patvaļīgs naturāls skaitlis.

**10.** Maija iedomājusies vienu no burtiem $a$; $c$; $e$. Andris drīkst uzdot jautājumus, uz kuriem iespējamas atbildes „jā”; „nē”; „nezinu un nevaru zināt” (varbūt tikai divas vai pat viena no tām).

Ar kādu mazāko jautājumu skaitu Andris var noskaidrot Maijas iedomāto burtu? Uzskatām, ka Maija vienmēr atbild pareizi.

**"Profesora Cipariņa klubs" 2009./2010.m.g.**

**6.nodarbības uzdevumi**

**1.** Atrast kaut vienu tādu septiņciparu skaitli, kas dalās ar katru savu ciparu un kam visi cipari ir dažādi.

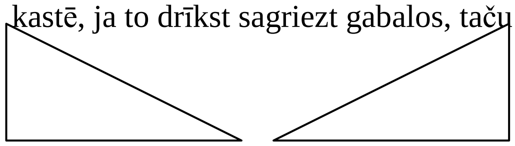
Vai eksistē kāds astoņciparu skaitlis ar tādu īpašību?

**2.** Klasē ir 30 skolēni. Viņi norunāja cits citu apciemot. Viens skolēns vienā dienā var izdarīt vairākus apciemojumus. Katrs skolēns katru dienu var apciemot citus (un tad šajā dienā pie viņa neviens nenāk) vai arī sēdēt mājās (un tad citi var apciemot viņu).

- Pierādīt, ka 10 dienās visi skolēni var apciemot cits citu.
- Pierādīt, ka ar 4 dienām nepietiek, lai katrs skolēns apciemotu ikvienu citu.

**3.** Uz šaha galdiņa novietotas 44 dāmas. Pierādīt, ka ikkatra no tām apdraud vismaz vienu citu.

**4.** Zane izcepa torti trijstūra veidā, turklāt visas trijstūra malas ir dažāda garuma. Brālis pagatavoja kasti, bet tortes spoguļattēla formā (1.zīm.). Kā torti ievietot kastē, ja to drīkst sagriezt gabalos, taču nedrīkst likt ar krēmu uz leju?



1.zīm.

**5.** Viens četrstūris atrodas otra četrstūra iekšpusē. Vai var gadīties, ka iekšējā četrstūra diagonāļu summa ir lielāka nekā ārējā četrstūra diagonāļu summa? Ja ir iespējams, uzrādi piemēru. Ja nē, pamato, kāpēc nav iespējams.

**6.** Šokolādes tāfelīte sastāv no $10 \times 20$ maziem kvadrātiņiem. Kāds ir mazākais lauzumu skaits, ar kuriem tāfelīti var sadalīt 200 gabaliņos?

**7.** Pircējs veikalā nopirka torti par 5 latiem, konfektes par Ls 2,80, kā arī sešas vienādas šokolādes un 3 vienādas cepumu kārbas, kuru cenu viņš nezināja. Kasieris pieprasīja no viņa 9 latus un 82 santīmus. Pircējs aizrādīja, ka kasieris kļūdījies. Kā viņš to uzzināja?

**8.** Atverot iekavas, nav grūti pārbaudīt vienādību

$$\left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right)=\left(ax+by\right)^2+\left(ay-bx\right)^2$$

Izdomājiet līdzīgu vienādību, kuras kreisajā pusē ir $\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)\left(x^2+y^2+z^2+t^2\right)$, bet labajā pusē – četru iekavu kvadrātu summa.

**9.** Aprēķinot tabulas

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $1 \cdot 1$ | $1 \cdot 2$ | $1 \cdot 3$ | ... | $1 \cdot (n-1)$ | $1 \cdot n$ |
| $2 \cdot 1$ | $2 \cdot 2$ | $2 \cdot 3$ | ... | $2 \cdot (n-1)$ | $2 \cdot n$ |
| $3 \cdot 1$ | $3 \cdot 2$ | $3 \cdot 3$ | ... | $3 \cdot (n-1)$ | $3 \cdot n$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $n \cdot 1$ | $n \cdot 2$ | $n \cdot 3$ | ... | $n \cdot (n-1)$ | $n \cdot n$ |

skaitļu summu divos dažādos veidos, pierādiet vienādību

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + (n-1)^3 + n^3 = (1 + 2 + \ldots + n)^2 ,$$

ja $n$ – patvaļīgs naturāls skaitlis.

**10.** Maija iedomājusies vienu no burtiem $a$; $c$; $e$. Andris drīkst uzdot jautājumus, uz kuriem iespējamas atbildes „jā”; „nē”; „nezinu un nevaru zināt” (varbūt tikai divas vai pat viena no tām).

Ar kādu mazāko jautājumu skaitu Andris var noskaidrot Maijas iedomāto burtu? Uzskatām, ka Maija vienmēr atbild pareizi.