"Profesora Cipariņa klubs" 2010./2011.m.g.

1.nodarbības uzdevumi

1. Vai var aizstāt vienādus burtus ar vienādiem cipariem, bet dažādus – ar dažādiem tā, lai iegūtu pareizu saskaitīšanas piemēru (skat. 1.zīm.)?

$$\begin{array}{r} E\ S \\ E\ S \\ E\ S \\ +E\ S \\ \hline T\ E \end{array}$$

1.zīm.

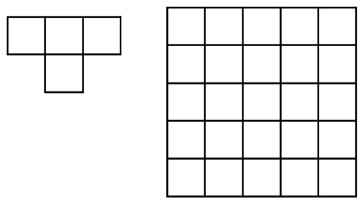
2. Maģiskais kvadrāts sastāv no 3×3 rūtiņām (skat. 2.zīm.). Kādi skaitļi jāieraksta tukšajās rūtiņās, lai katrā rindā, katrā kolonnā un abās diagonālēs ierakstīto skaitļu summas būtu vienādas?

7		8
12		13

2.zīm.

3. Uzskatīsim par „neveiksmīgu” tādu naturālu skaitli, kas ir 13 reizes lielāks nekā tā ciparu summa. Atrodi visus „neveiksmīgos” skaitļus!

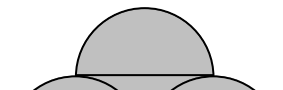
4. Kāds ir lielākais T-veida figūru skaits (skat. 3.zīm.), kuras var ievietot 5x5 rūtiņu kvadrātā? Figūras nedrīkst pārklāties; tās drīkst būt pagrieztas arī citādi, bet to malām jāiet pa kvadrāta rūtiņu malām.



3.zīm.

5. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus x un y, ka $x^2 + x = y^2$?

6. Dota figūra, kura izveidota, apvienojot trīs pusriņķus (skat. 4.zīm.). Katra pusriņķa rādiuss ir 1 cm; augšējā pusriņķa apakšējā mala atrodas uz apakšējo pusriņķu kopīgās pieskares. Aprēķini iekrāsotās figūras laukumu!

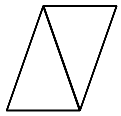


4.zīm.

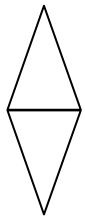
7. Doti divi vienādi vienādsānu trijstūri. Ja tos savieto kopā tā, lai tie veidotu paralelogramu tā kā parādīts 5.a zīm., šī paralelograma perimetrs ir par 3 cm garāks nekā viena dotā trijstūra perimetrs.

Kad trijstūrus savieto kopā tā, ka tie veido rombu (skat. 5.b zīm.), iegūtās figūras perimetrs ir par 7 cm garāks nekā viena dotā trijstūra perimetrs.

Kāds ir viena dotā trijstūra perimetrs?



5.a zīm.



5.b zīm.

8. Profesora Cipariņa draugam Skaitlītim sabojājās kalkulators – Skaitlītis nevar ievadīt ciparu 0; turklāt kalkulators arī uz ekrāna neattēlo ciparu 0, ja tāds rodas veikto darbību rezultātā. Tādējādi nav iespējams ievadīt un aprēķināt, piemēram, izteiksmi 10x3 (tāpēc Skaitlītis to nemaz nemēģina); kā arī skaitļu 37 un 13 summa tiek attēlota kā skaitlis 5 (nevis 50) un skaitļu 3 un 67 reizinājums tiek attēlots kā 21 (nevis 201).
Palīdzi Skaitlītim uzzināt, kādu divu skaitļu reizinājums ir attēlots uz viņa kalkulatora, ja tas rāda 15 un ir zināms, ka:

a) tika sareizināts viens viencipara skaitlis ar vienu divciparu skaitli;
b) tika sareizināti divi divciparu skaitļi!

9. Doti šādi skolēnu A, B, C un D apgalvojumi:

Skolēns A teica: B, C un D ir meitenes
Skolēns B teica: A, C un D ir puiši
Skolēns C teica: A un B vienmēr melo
Skolēns D teica: A, B un C vienmēr saka patiesību

Cik skolēni teica patiesību?

10. Apburtajā pilsētā dzīvo tikai suņi un kaķi. Turklāt 10% suņu domā, ka viņi ir kaķi, bet 10% kaķu domā, ka viņi ir suņi. Pārējie suņi un kaķi ir pilnīgi normāli ☺. Aptaujājot visus pilsētā dzīvojošos suņus un kaķus, noskaidroja, ka 20% no tiem uzskata sevi par kaķi. Cik procentu no visiem dzīvniekiem patiešām ir kaķi?

"Profesora Cipariņa klubs" 2010./2011.m.g.

2.nodarbības uzdevumi

1. Vai ir tādi veseli skaitļi *a* un *b*, ka pastāv vienādība $8a - 12b = 5$?

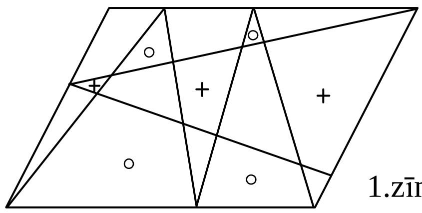
2. Andris daļā $\frac{16}{64}$ nepareizi „saīsināja” ciparu 6 skaitītājā un saucējā, tomēr rezultāts iznāca pareizs: $\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4}$. Atrodi visas daļas, kurām saucējs un skaitītājs ir divciparu skaitļi un kam piemīt šāda „saīsināšanas īpašība”!

3. Vienādojumā

$$(x + \blacksquare)(x+4) - (x+1)(x+2) = 38$$

tintes traips aizsedzis kādu skaitli. Ir zināms, ka šī vienādojuma atrisinājums ir 7. Kādu skaitli aizsedzis traips?

4. Četrstūris ABCD ir paralelograms (sk. 1.zīm.); visas zīmējumā redzamās līnijas ir taisnas. Pierādīt, ka ar krustiņiem atzīmēto daļu laukumu summa ir mazāka nekā ar aplīšiem atzīmēto daļu laukumu summa.



1.zīm.

5. No 20 pirmajiem naturālajiem skaitļiem jāizvēlas vairāki dažādi skaitļi tā, lai nekādu divu skaitļu starpība nebūtu 5.

a) Kāds ir lielākais iespējamais skaitļu skaits *n*, ko var izvēlēties atbilstoši uzdevuma nosacījumiem?

b) Cik dažādos veidos šādus *n* skaitļus var izvēlēties?

6. Dots kvadrāts *ABCD*. Ārpus tā atlikts punkts *E* tā, ka trijstūris *CDE* ir vienādmalu. Aprēķini leņķa *BED* lielumu!

7. Laura vienmēr atceras savu telefona PIN-kodu, kas sastāv no četriem cipariem, jo:

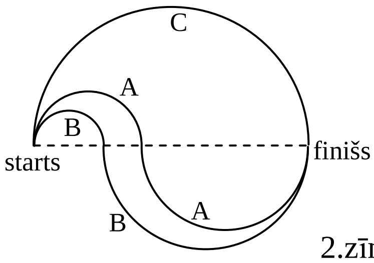
a) tas ir vesela skaitļa kvadrāts, un

b) ja to izdala ar jebkuru no skaitļiem 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 vai 9, atlikumā iegūst 1.

Kāds ir Lauras telefona PIN-kods?

8. Atpūtas parkā ir trīs skriešanas celiņi, kuriem visiem ir kopīgs starts un finišs. Tie ir izveidoti no viena vai diviem puslokiem ar centru uz vienas taisnes (skat. 2. zīm.)

Aivars (A), Baiba (B) un Centis (C) sāka reizē skriet no starta, un skrēja ar vienādu vienmērīgu ātrumu katrs pa savu celiņu. Kādā secībā viņi finišēja?



2.zīm.

9. Viegli pārbaudīt, ka $121 = 11^2$, $10201 = 101^2$, $1002001 = 1001^2$. Pierādīt, ka, ierakstot starp skaitļa 121 cipariem jebkuru (vienu un to pašu) daudzumu nuļļu, vienmēr iegūst vesela skaitļa kvadrātu.

10. Divi spēlētāji spēlē šādu spēli: viņi pēc kārtas sauc patvaļīgus naturālus skaitļus, kas nav lielāki par 10. Visus nosauktos skaitļus saskaita. Uzvar tas spēlētājs, pēc kura gājiena visu līdz šim nosaukto skaitļu summa ir 100. Kā jāspēlē pirmajam spēlētājam, lai tas uzvarētu?

"Profesora Cipariņa klubs" 2010./2011.m.g.

3.nodarbības uzdevumi

1. Kādi cipari jāievieto burtu *a* un *b* vietā, lai piecciparu skaitlis $\overline{a543b}$ dalītos ar 36?

2. Dota skaitļu virkne, kuras pirmie trīs locekļi ir $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$. Ceturtais virknes loceklis ir $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$. Katrs nākamais virknes loceklis tiek iegūts, no iepriekšējā atņemot pirms tā esošo un pieskaitot vēl iepriekšējo virknes locekli.
Atrodi desmito un 2010. virknes locekli!

3. a) Atrodi tādu divciparu skaitli, kas ir četras reizes lielāks nekā tā ciparu summa. Tad apmaini atrastā divciparu skaitļa ciparus vietām. Cik reizes iegūtais skaitlis ir lielāks nekā tā ciparu summa?
b) Dots patvaļīgs divciparu skaitlis, kas ir *n* reizes lielāks nekā tā abu ciparu summa (*n* – naturāls skaitlis). Cik reizes skaitlis, ko iegūst, samainot dotā divciparu skaitļa ciparus vietām, ir lielāks nekā tā ciparu summa?

4. Pārveido daļu $\frac{2010}{1996}$ formā $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d+\cfrac{1}{e}}}}$, kur *a, b, c, d* un *e* – naturāli skaitļi.

5. Dots trijstūris ABC; uz tā malas AC atlikts punkts D tā, ka AD=DB. Vēl zināms, ka AB=BC=CD. Aprēķināt leņķa BAC lielumu!

6. Dots taisnstūris, kas ar diviem taisnstūra malām paralēliem nogriežņiem sadalīts četros mazākos taisnstūros. Trijiem no tiem perimetri ir zināmi (skat. 1. zīm.). Kāds ir ceturtā taisnstūra perimetrs?

2009 cm	2010 cm
2010 cm	**?**

1.zīm.

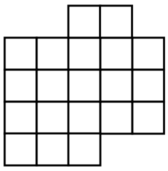
7. Zvaigžņu ielejas ģimnāzijā mācās 300 skolēni. Katrs ģimnāzijas skolēns nodarbojas ar vienu vasaras un vienu ziemas sporta veidu. Vasarā 60% skolēnu spēlē volejbolu, bet pārējie – spēlē futbolu. Ziemā katrs skolēns nodarbojas vai nu ar distanču slēpošanu, vai spēlē hokeju. Zināms arī, ka 56% no visiem distanču slēpotājiem vasarā spēlē volejbolu, bet 30% no volejbolistiem ziemā spēlē hokeju. Cik skolēni vasarā spēlē futbolu, bet ziemā – hokeju?

8. Uz tāfeles rindā uzrakstīti skaitļi 1; 2; 3; ...; 2010. Kā pierakstīt tiem priekšā „+" un „–" zīmes, lai iegūtajai izteiksmei būtu vismazākā iespējamā pozitīvā vērtība?

9. Burvju salā dzīvo tikai bruņinieki, kas vienmēr saka patiesību, un laupītāji, kas vienmēr melo. Kādu dienu 25 salas iedzīvotāji nostājās rindā viens aiz otra. Pirmais rindā stāvošais apgalvoja, ka visi aiz viņa stāvošie ir bruņinieki. Pārējie rindā stāvošie apgalvoja, ka viņiem tieši priekšā stāvošā persona ir laupītājs. Cik bruņinieku stāvēja rindā?

10. 2. zīmējumā attēlots rūķīšu ciema plāns – katrā kvadrātiņā dzīvo pa vienam rūķītim. Kādu dienu rūķītis Centis nolēma apciemot visus pārējos rūķīšus, katru tieši vienu reizi, un atgriezties mājās, pie tam no katra rūķīša viņš tālāk devās pie tāda rūķīša, kura zemes gabalam ir kopīga mala ar to zemes gabalu, kurā viņš šobrīd atrodas (arī pirmajā gājienā no savas mājas Centis devās pie sava kaimiņa un mājās atgriezās no kaimiņa, ar kura zemes gabalu viņam ir kopīga robeža).

Cik dažādos veidos Centis to var izdarīt?



2. zīm.

"Profesora Cipariņa klubs" 2010./2011.m.g.

4.nodarbības uzdevumi

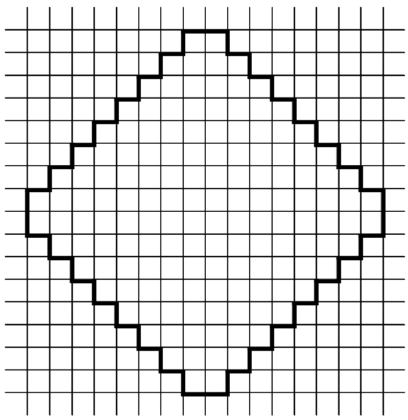
1. Ievietojiet 1.attēlā burtu P vietā pāra ciparus, bet burtu N vietā – nepāra ciparus tā, lai veidotos pareizs reizināšanas piemērs (cipari, protams, drīkst atkārtoties)! Pietiek uzrādīt vienu pareizu piemēru!

$$\begin{array}{ccccc}
 & \times & P & P & N \\
 & & & N & N \\ \hline
 & P & N & P & N \\
 & P & N & N & \\ \hline
N & N & N & N & N
\end{array}$$

1.zīm.

2. Dots, ka k ir naturāls skaitlis. Pierādīt, ka $13k+9$ un $4k+7$ ciparu summas nav vienādas.

3. Vai 2.zīmējumā redzamo figūru var sagriezt 5 daļās, no kurām var salikt kvadrātu?



2.zīm.

4. Vai var 3.zīmējumā redzamajās tukšajās rūtiņās ierakstīt katrā pa naturālam skaitlim tā, ka visās trīspadsmit rūtiņās ierakstīto skaitļu summa ir 2011, savukārt jebkurās trīs pēc kārtas ņemtās rūtiņās esošo skaitļu summas ir vienādas?

	101										21	

3.zīm.

5. Rūtiņu papīra lapa, kuras izmēri ir $5\times n$ rūtiņas, aizpildīta ar kartītēm, kuru izmēri ir 1×2 rūtiņas. Katra kartīte aizņem divas blakus esošās rūtiņas; kartītes cita ar citu nepārsedzas. Uz katras kartītes vienā rūtiņā ierakstīts „+1”, otrā „-1”. Ir zināms, ka katrā rindiņā un katrā kolonnā ierakstīto skaitļu reizinājums ir pozitīvs. Kādām n vērtībām tas iespējams?

6. Ievai ir divas sveces, kurām ir vienāds augstums, bet atšķirīgi degšanas ātrumi. Pirmā svece pilnībā nodeg 10 stundās, bet otrā – 8 stundās.
Ja Ieva tieši pusdienlaikā vienlaicīgi aizdedzinātu abas sveces, cikos pirmās sveces augstums būtu divas reizes lielāks nekā otrajai svecei?

7. Trīs vienādas riņķa līnijas ω_1, ω_2, ω_3 ar centriem O_1, O_2, O_3 krustojas vienā punktā A. Ar A_1, A_2, A_3 apzīmējam pārējos šo riņķa līniju krustpunktus. Pierādīt, ka $\Delta O_1O_2O_3$ un $\Delta A_1A_2A_3$ ir vienādi!

8. Rūķu ciemata AHAHA valodā ir tikai divi burti – „H” un „A”. Divi vārdi nozīmē vienu un to pašu, ja vienu no otra var iegūt ar šādu operāciju palīdzību: izdzēšot pēc kārtas sekojošu burtu virknes HA vai AAHH, kā arī vārda jebkurā vietā ierakstot AH.
Vai vārdi AHH un HAA nozīmē vienu un to pašu?

9. Pieci skolēni – Andris, Baiba, Edgars, Kristaps un Jana – visi ir dažāda vecuma. Ir zināms, ka no septiņiem apgalvojumiem –

1) Andris ir vecāks nekā Edgars,
2) Baiba ir jaunāka nekā Kristaps,
3) Jana ir jaunāka nekā Andris,
4) Edgars ir vecāks nekā Kristaps,
5) Andris ir jaunāks nekā Kristaps,
6) Edgars ir vecāks nekā Jana,
7) Kristaps ir jaunāks nekā Jana –

tieši viens ir nepareizs.
Kurš tas ir? Sakārto skolēnus vecuma pieaugšanas kārtībā.

10. Planētas Orora iedzīvotājiem ir trīs rokas – labā, kreisā un vidējā. Katrai rokai ir vismaz viens pirksts, bet visām rokām kopā ir tieši 15 pirksti. Cik dažādiem cimdu komplektiem jābūt pārdošanā uz šīs planētas, lai katrs Ororas iedzīvotājs varētu iegādāties sev atbilstošu cimdu komplektu? (Uzskatām, ka visi pirksti ir vienāda garuma, t.i., vienam un tam pašam pirkstu skaitam labās, kreisās un vidējās rokas cimdi ir vienādi.)

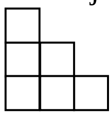
"Profesora Cipariņa klubs" 2010./2011.m.g.

5.nodarbības uzdevumi

1. Kādā ciematā viena trešdaļa visu bērnu prot peldēt, divas trešdaļas prot braukt ar velosipēdu, bet viena septītā prot gan peldēt, gan braukt ar velosipēdu. Cik bērnu neprot ne peldēt, ne braukt ar velosipēdu, ja pavisam ciematā ir mazāk nekā 40 bērni?

2. Vienādojumā $\dfrac{E \cdot I \cdot G \cdot H \cdot T}{F \cdot O \cdot U \cdot R} = T \cdot W \cdot O$ katrs burts apzīmē vienu ciparu, turklāt dažādiem burtiem atbilst dažādi cipari. Kādas ir iespējamās reizinājuma $T \cdot H \cdot R \cdot E \cdot E$ vērtības?

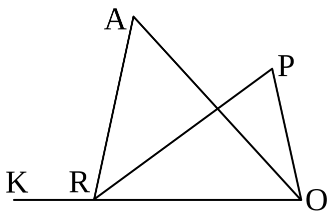
3. Dotajā figūrā, kas sastāv no 6 vienādiem kvadrātiem (skat. 1.zīm), jāiekrāso vismaz viens kvadrāts tā, lai figūrai būtu tieši viena simetrijas ass. Cik dažādos veidos to iespējams izdarīt?



1.zīm.

4. Grāmatā ir 89 lappuses, bet lappušu numuri ir ierakstīti nepareizi – katras trešās lappuses numurs ir izlaists, līdz ar to lappuses ir numurētas šādi: 1, 2, 4, 5, 7, 8, ... Kāds numurs ir grāmatas pēdējai lappusei?

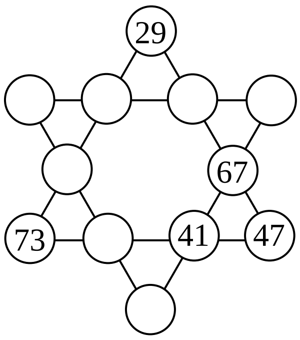
5. Aprēķini 2.zīmējumā redzamā leņķa RAO lielumu, ja zināms, ka nogrieznis AO sadala leņķi POR divos vienādos leņķos, nogrieznis AR sadala leņķi KRP divos vienādos leņķus un $\angle RPO = 80°$.



2.zīm.

6. Kuba formas papīra kastīti bez vāka (t.i., bez vienas skaldnes) sagriez trīs daļās tā, lai no tām var salikt kvadrātu.

7. Maģiskajā zvaigznē (skat. 3.zīm.) aplīšos ieraksti divpadsmit dažādus pirmskaitļus tā, lai uz vienas taisnes esošajos aplīšos ierakstīto skaitļu summas būtu vienādas. Pieci pirmskaitļi, tajā skaitā lielākais un mazākais no izmantotajiem pirmskaitļiem, jau ir doti. (Paskaidro savu risinājumu!)



3.zīm.

8. Vai var izrakstīt pa apli skaitļus 1, 2, 3, ..., 9 tā, lai nekādu divu blakus esošo skaitļu summa nedalītos ne ar 3, ne ar 5, ne ar 7?

9. Ir trīs pudeles, kuru kakliņiem, skatoties no augšas, ir šādas formas: vienai – riņķis ar diametru 2 cm, otrai – kvadrāts ar malas garumu 2 cm, bet trešajai – vienādsānu trijstūris, kuram gan pamata mala, gan augstums pret pamatu ir 2 cm gari. Jāizgatavo viens universāls korķis, ar kuru varētu cieši aiztaisīt jebkuru no šīm pudelēm. Kādam jābūt šim korķim?

10. Saimnieks pagrabā iekārtoja kvadrātveida skapi ar 9 nodalījumiem. Vidējo (iekšējo) nodalījumu viņš atstāja brīvu tukšajām pudelēm. Pārējos nodalījumos novietoja 60 pudeles, katrā stūra nodalījumā bija 6, katrā vidējā – 9 pudeles (skat. 4.zīm.). Tādējādi katrā kvadrāta malā bija 21 pudele. Kalps ievēroja, ka saimnieks pārbauda pudeļu skaitu, skaitot pudeles kvadrāta malās un sekojot, lai katrā malā būtu 21 pudele. Kalps paņēma sev 4 pudeles, bet atlikušās izvietoja tā, lai katrā malā atkal būtu 21 pudele. Saimnieks pārskaitīja pudeles pēc ierastā paņēmiena un nodomāja, ka pudeļu skaits ir tas pats, tikai kalps tās savādāk salicis. Kalps izmantoja saimnieka neattapību un piesavinājās vēl 4 pudeles, atlikušās izvietojot tā, lai katrā malā būtu 21 pudele. Tā viņš turpināja piesavināties katrreiz pa 4 pudelēm tik ilgi, cik vien iespējams.

Cik reižu kalps ņēma pudeles, un cik pudeļu pavisam viņš piesavinājās?

6	9	6
9		9
6	9	6

4.zīm.

–

"Profesora Cipariņa klubs" 2010./2011.m.g.

6.nodarbības uzdevumi

1. Ceļodams pa Angliju, vienā veikalā Kārlis atrada kliņģerus angļu alfabēta burtu formā, pie tam katram burtam bija cita cena. Kālis ievēroja, ka *vārds* ONE maksā 6 mārciņas, *vārds* TWO maksā 9 mārciņas, bet *vārds* ELEVEN maksā 16 mārciņas. Cik maksā vārdam TWELVE nepieciešamie kliņģeri?

2. Andris mēģina atrast tādu naturālu skaitli *n*, lai $n^2 = \overline{CAUCAU}$, kur *C*, *A*, *U* ir kaut kādi cipari un $C \neq 0$. Vai Andrim izdosies atrast kaut vienu tādu skaitli *n*?

3. Māksliniekam ir 202 zīmuļi, tie ir salikti divu veidu kastītēs – pa 5 zīmuļiem vienā kastītē vai pa *x* zīmuļiem vienā kastītē. Noskaidro visas iespējamās *x* vērtības!

4. Lanlandē ir *n* pilsētas un vairāki ceļi. Katrs ceļš savieno tieši divas pilsētas, pie tam no katras pilsētas iziet vismaz viens ceļš un katras divas pilsētas savieno ne vairāk kā viens ceļš. Kāds var būt *n*, ja Lanlandē ir

a) 7 ceļi, **b)** 2011 ceļi?

5. Rokdarbu pulciņa vadītāja iedeva meitenēm naudu un palūdza nopirkt dziju adīšanas nodarbībai. Veikalā tobrīd bija akcija: uzrādot čeku par nopirktiem 20 kamoliem dzijas, tiek atdoti 25% no to vērtības, bet uzrādot čeku par 5 nopirktiem kamoliem, tiek atdoti 10% no to vērtības. Gudri rīkojoties un izmantojot akcijas piedāvājumu, meitenes nopirka par 12 dzijas kamoliem vairāk, nekā bija lūgusi skolotāja. Cik kamolus skolotāja bija lūgusi nopirkt, nezinot akcijas piedāvājumu?

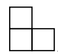
6. Vai dažādmalu trijstūri var sagriezt divās daļās, no kurām var salikt trapeci, tā, lai

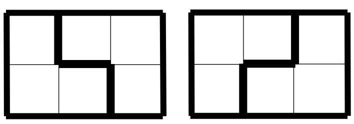
a) dotā trijstūra divas malas būtu trapeces pamati, **b)** dotā trijstūra divas malas būtu trapeces sānu malas?

7. Regulāra deviņstūra virsotnēs ierakstīti skaitļi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 un 9, katrā virsotnē cits skaitlis. Pēc tam tika novilktas visas deviņstūra diagonāles. Uz katras diagonāles uzrakstīja tās galapunktos ierakstīto skaitļu reizinājumu. Vai skaitļus virsotnēs var ierakstīt tādā veidā, lai visi uz diagonālēm uzrakstītie skaitļi būtu dažādi?

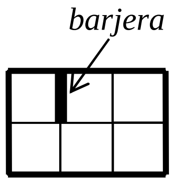
8. Zināms, ka trijstūrī *ABC* viena mala ir garāka nekā 1 cm. Vai šo trijstūri noteikti var sagriezt vairākos tādos trijstūros, kuriem katram vismaz viena mala ir tieši 1 cm gara? Pamato savus spriedumus!

9. Vai eksistē tāds daudzstūris, kuram pēc kārtas seši leņķi ir šauri?

10. Taisnstūrim 2×3 rūtiņas ir divi dažādi *V-sadalījumi*, t. i., sadalījumi figūrās „*stūrīšos*” , skat. 1. zīmējumu, bet ievietojot vienu *barjeru* (vienības nogriezni, ko nedrīkst šķērsot neviena V figūra), skat. 2. zīm., iegūst tikai vienu *V-sadalījumu*. Kāds mazākais barjeru skaits jāizvieto taisnstūrī 4×6, lai tam būtu tikai viens *V-sadalījums*?



1. zīm.



2. zīm.