

## "Profesora Cipariņa klubs" 1984./85. m.g.

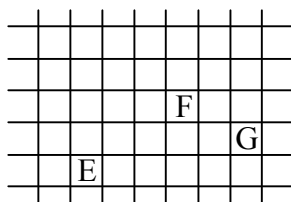
### 1. nodarbība

- 1.1. Aizvietot reizināšanas piemērā zvaigznītes ar cipariem tā, lai iegūtu pareizi izpildītas darbības pierakstu:

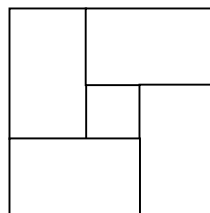
$$\begin{array}{r} \begin{array}{cc} * & * \\ \cdot & 2 & * \\ \hline & * & * \\ 2 & * & \\ \hline * & * & * & * \end{array} \end{array}$$

- 1.2. Kurš skaitlis lielāks:  $\frac{1}{1984} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1983} + \frac{1}{1984} \right)$  vai  $\frac{1}{1985} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1984} + \frac{1}{1985} \right)$ ?

- 1.3. Aija uzrakstīja uz tāfeles rindā skaitļus no 1 līdz 9. Jānis šos skaitļus otrā rindā uzrakstīja citādā secībā tā, ka izveidojās deviņas kolonnas, katrā kolonnā pa diviem skaitļiem. Pēc tam Jānis katrā kolonnā no lielākā skaitļa atņēma mazāko un visas iegūtās starpības sareizināja. Pierādīt, ka reizinājums noteikti ir pāra skaitlis. Vai reizinājums var būt 528?
- 1.4. Kur uz Zemes virsmas atrodas punkts A ar šādu īpašību: izejot no A un noejot vispirms 100 metru uz dienvidiem, pēc tam 100 metru uz austrumiem un pēc tam 100 metru uz ziemeļiem, atgriežas atpakaļ punktā A?
- 1.5. Ap zvaigzni Stella riņķo viena planēta, uz tās dzīvo 100 tautu. Katra tauta runā savā valodā. Kāds ir mazākais vārdnīcu skaits, ar kuru palīdzību var pārtulkot tekstu no jebkuras valodas uz jebkuru citu? (Pieļaujamas vairākkārtīgas tulkošanas, katra vārdnīca ļauj tulkot tikai vienā virzienā, piemēram, no valodas A uz valodu B, bet ne otrādi.)
- 1.6. Apskatīt rūtiņu papīra lapu. Par attālumu starp divām rūtiņām A un B sauc mazāko soļu skaitu, ar kādu var aiziet no A uz B, katrā solī pārejot uz tādu rūtiņu, kurai ar iepriekšējo ir kopīga mala. Piemēram, attālums starp E un F ir 5, attālums starp E un G ir 6 (1. zīm.). Ar kādu mazāko krāsu skaitu var izkrāsot rūtiņu lapu tā, lai katra rūtiņa būtu nokrāsota vienā krāsā un katras divas rūtiņas, kas atrodas attālumā 4 viena no otras, būtu nokrāsotas dažādās krāsās?



1. zīm.



2. zīm.

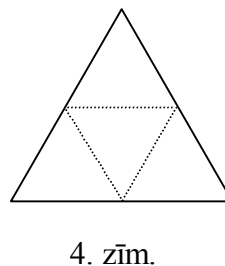
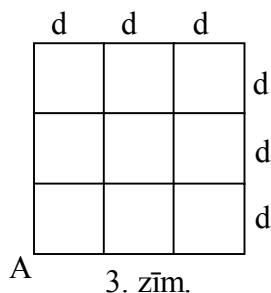
### 2. nodarbība

- 2.1. Skaitlis 1985 nedalās ar 9, skaitlis 19851985 – arī ne. Cik reižu pēc kārtas jāuzraksta 1985, lai iegūtu daudzciparu skaitli, kas dalās ar 9?
- 2.2. Vai visi 2. zīm. attēlotie taisnstūri var būt kvadrāti?

- 2.3. Viens no skaitļiem  $a, b, c, d$  un  $e$  ir 1, otrs – 2, trešais – 3, ceturtais – 4 un piektais – 5. Kādu vislielāko vērtību var pieņemt izteiksme  $ab+bc+cd+de+ea$ ?
- 2.4. Kamermūzikas festivālā piedalās 6 muzikanti. Katrā koncertā daļa muzikantu uzstājas, bet citi sēž un klausās. Kāds ir mazākais koncertu skaits, kas vajadzīgs lai katrs muzikants no zāles būtu dzirdējis katru citu?
- 2.5. Kādā salā dzīvo 45 hameleoni (ķirzakas, kas maina krāsu). Sākumā 13 hameleoni ir balti, 15 sarkani un 17 zaļi. Hameleoni satiekas tikai pa diviem. Ja satiekas divi vienas krāsas hameleoni, tie krāsu nemaina, ja satiekas divi dažādu krāsu hameleoni, tie reizē iegūst trešo krāsu (piemēram, ja satiekas balts un sarkans hameleons, tie abi kļūst zaļi utt.). Vai var gadīties, ka visi hameleoni ir vienā krāsā?
- 2.6. Plauktā atrodas 8 grāmatas. Ar vienu gājienu atļauts paņemt jebkuras 3 blakus stāvošas grāmatas un, nemainot to kārtību, novietot plauktā citā vietā. Šādus gājienu var atkārtot vairākkārt. Palīdzēt Andrim pārkārtot grāmatas kārtībā, kas pretēja sākotnējai.

### 3. nodarbība

- 3.1. Trijstūrī ABC bisektrises BD un CF krustojas punktā O. Dots, ka  $OD=OF$ . Pierādīt, ka vai nu trijstūris BAC ir vienādsānu, vai arī leņķis  $BAC=60^\circ$ .
- 3.2. Ciems uzbūvēts kvadrāta veidā un sastāv no  $3 \times 3$  kvadrātiskiem kvartāliem ar malas garumu  $d$  (3. zīm.).



Punktā A atrodas ceļu asfaltējamā mašīna. Tai jānoasfaltē visas ielas (arī ielas, kas iet pa ciema ārējo kontūru) un jāatgriežas punktā A. Kā to izdarīt, nobraucot mazāko iespējamo attālumu? Pieņem, ka asfalts uzreiz sacietē un pa to var braukt.

- 3.3. Izteikt skaitli 1000000, izmantojot ne vairāk kā 12 trijniekus, iekavas un četru aritmētisko operāciju zīmes. Centies atrast iespējami daudz dažādu veidu kā to izdarīt. Vai to var izdarīt, ja nelieto dalīšanas zīmi?
- 3.4. Pieņemsim, ka rutiņas malas garums ir 1. Uzzīmēt rutiņu lapā slēgtu lauztu līniju ar 8 posmiem. Tie iet pa rutiņu līnijām un ir ar garumiem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (var būt citā secībā). Līnija drīkst pati sevi krustot. Vai var uzzīmēt tādu 9 posmu slēgtu lauztu līniju, kuras posmu garumi ir no 1 līdz 9? Bet 10 posmu slēgtu lauztu līniju, kuras posmu garumi ir no 1 līdz 10?
- 3.5. Salokot 4. zīm. attēloto figūru pa pārtrauktajām līnijām, iegūst piramīdu. Tomēr šai piramīdai ir 3 "vaļējas šķautnes. Kāds ir mazākais trijstūrīšu skaits, kurus salokot var iegūt piramīdu bez "vaļējām" šķautnēm? Uzzīmēt visas šādas figūras.

- 3.6. Ar automātu A no skaitļa  $x$  var iegūt skaitli  $3x$ , tas maksā 5 kapeikas. Ar automātu B no skaitļa  $x$  var iegūt skaitli  $x+2$ , tas maksā 2 kapeikas. Kā vislētāk no 1 iegūt 1985?
- 3.7. Uzzīmēt visas dažādās slēgtās lauztās līnijas, kuras sastāv no 6 posmiem un kuru visas virsotnes atrodas regulāra sešstūra virsotnēs. Ja vienu līniju var iegūt no otras pārvietojot vai atspoguļojot, tad tās skaitās vienādas.
- 3.8. Dots, ka  $0 \leq x \leq y \leq z \leq u \leq v \leq 10$ .  
Atrast izteiksmes  $5x-4y+3z-2u+v$  lielāko un mazāko vērtību.

#### 4. nodarbība

- 4.1. Klases sapulcē sekmju sektora vadītājs Andris pavēstīja: "Šajā ceturksnī teicamnieku skaits mūsu klasē salīdzinājumā ar iepriekšējo ceturksni ir audzis par 11 procentiem." Kā jums šķiet: vai tā var būt?
- 4.2. Juris, Aivars un Mārtiņš trīs reizes sacentās skriešanā. Katrā skrējienā viens zēns uzvarēja, bet divi zaudēja. Pēc katra skrējiena uzvarētājs no katra zaudētāja saņēma tik riekstu, cik viņam jau bija pirms šī skrējiena. Beigās Jurim bija 4 rieksti, Aivaram – 20 rieksti un Mārtiņam – 6 rieksti. Cik riekstu katram zēnam bija sākumā?
- 4.3. Karaļa Negauša pilī atrodas 1000 lādes ar dārgām mantām; tās novietotas rindā. Katrai lādei ir atslēga. Pagriežot atslēgu vienu reizi, aizslēgta lāde tiek atslēgta, bet atslēgta lāde – aizslēgta. Sākumā visas lādes bija aizslēgtas. Kad Sprīdītis uzvarēja Pūķi, kas postīja Negauša zemi, karalis nolēma Sprīdīti apbalvot, nokāpa pagrabā un pagriezta atslēgas visās lādēs, tādējādi visas lādes tika atslēgtas – lai Sprīdītis nāk un izvēlas, ko grib. Tomēr pēc tam Negausis pārdomāja, jo viņam kļuva mantu žēl, un viņš pagriezta atslēgu katrā otrajā lādē, tādējādi katrā otrā lāde tika aizslēgta. Pēc tam Negausis vēlreiz pārdomāja un pagriezta atslēgu katrā trešajā lādē, pēc tam – katrā ceturtajā, pēc tam – katrā piektajā, ..., katrā tūkstošajā lādē. Pēc tam karalis jutās noguris un aizgāja atpūsties.  
Cik lādes bija atslēgtas, kad Sprīdītis nākamajā rītā ieradās pēc apbalvojuma?
- 4.4. Uzzīmēt 12 dažādas figūriņas, kas katra sastāv no 5 vienādiem kvadrātiņiem. Turklāt katras figūras ietvaros no katra kvadrātiņa jāaiziet uz katru citu, ar katru soli pārejot no viena kvadrātiņa uz otru, kam ar pirmo ir kopēja mala. Figūras, kas iegūstamas cita no citas ar pagriešanu vai atspoguļošanu, tiek uzskatītas par vienādām.  
Vai var no šīm 12 figūrām, katru izmantojot tieši vienu reizi, izveidot vienlaikus divus taisnstūrus ar izmēriem  $5 \times 9$  kvadrātiņi un  $5 \times 3$  kvadrātiņi?
- 4.5. Šaha galdiņš sastāv no  $8 \times 8$  rūtiņām. Kādu minimālo figūriņu skaitu uz tā jānovieto, lai uz katras taisnes, kas iet caur jebkuras rūtiņas centru paralēli kādai galda malai vai diagonālei, atrastos vismaz viena figūriņa? Figūriņas novieto rūtiņu centros.
- 4.6. Dots 8 pēc ārējā izskata vienādas monētas. Dažās no tām sver  $m$  gramus, dažas –  $n$  gramus ( $m \neq n$ ). Ir vismaz viena katra veida monēta. Doti sviras svāri bez atsvariem. Kā ar 3 svēršanu palīdzību atrast pa vienai katra veida monētai?

#### 5. nodarbība

- 5.1. Kurš skaitlis lielāks:  $31^{11}$  vai  $17^{14}$ ?
- 5.2. Kvadrāts sastāv no  $6 \times 6$  rūtiņām. Ar melnu krāsu jāatzīmē daži rūtiņu centri tā, lai nekādi trīs melni punkti neatrastos uz vienas taisnes. Kāds ir lielākais iespējamais melno punktu skaits, kurus var atzīmēt saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem?

- 5.3. Rūtiņu papīra rūtiņas malas garums ir 1. Novilkta riņķa līnija ar rādiusu 100, kas neiet ne caur vienas rūtiņas stūri un nepieskaras nevienas rūtiņas malai. Caur cik rūtiņām var iet šī līnija?
- 5.4. Vai piecciparu skaitlis, kuram visi cipari ir nepāra, var būt vesela skaitļa kvadrāts?
- 5.5. Ja plaknē uzzīmēti 5 punkti A, B, C, D un E, tad var atrast 10 nogriežņus, kam abi gali ir šajos punktos: AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, DE. Vai var punktus uzzīmēt tā, lai četri no šiem nogriežņiem būtu ar vienu garumu, trīs – ar citu, divi – vēl ar citu un pēdējais atkal ar citu garumu? Nekādi trīs punkti nedrīkst atrasties uz vienas taisnes.
- 5.6. Atrast deviņciparu skaitli  $\overline{abcdefghi}$ , kura visi cipari ir dažādi un starp kuriem nav nulļu. Turklāt izpildās šādas īpašības:
- |                   |             |
|-------------------|-------------|
| a-b               | dalās ar 2; |
| a-b+c             | dalās ar 3; |
| a-b+c-d           | dalās ar 4; |
| a-b+c-d+e         | dalās ar 5; |
| ...               |             |
| a-b+c-d+e-f+g-h+i | dalās ar 9. |