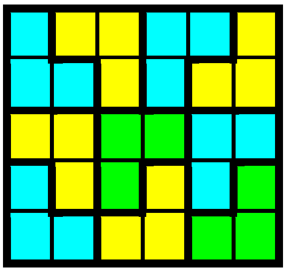
IEVADUZDEVUMU ATRISINĀJUMI

1.uzdevums.

To var izdarīt tā, kā parādīts 15.zīmējumā.



15.zīm.

2.uzdevums.

Pēc 240 lēcieniem.

Risinājums.

6 lēcienu laikā vilks pietuvosies zaķītim par attālumu, kas vienāds ar vienu lēcienu. Tā kā sākotnējais attālums ir 40 lēcieni, tad vilkam jāizdara $40 \cdot 6 = 240$ lēcieni. Zaķītis tai laikā būs izdarījis $40 \cdot 5 = 200$ lēcienus.

3.uzdevums.

Piemēram, skaitļi 10, 12, 14, 16 un 18.

Risinājums.

$10=2\cdot5\cdot1\cdot1\cdot1$

$12=2\cdot6\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$

$14=2\cdot7\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$

$16=2\cdot8\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$

$18=2\cdot9\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1$

4.uzdevums.

Nē, nevar.

Risinājums.

Ja kvadrātā 3x3 rūtiņas, kādā rūtiņā ierakstām nepāra skaitli, tad, lai divās blakusesošās rūtiņās ierakstīto skaitļu summa būtu pāra skaitlis, blakusrūtiņās arī jāraksta nepāra skaitļi.

Ja kādā rūtiņā ierakstām pāra skaitli, tad blakusrūtiņās arī jāraksta pāra skaitļi.

Pāra skaitli iegūst saskaitot divus nepāra vai divus pāra skaitļus.

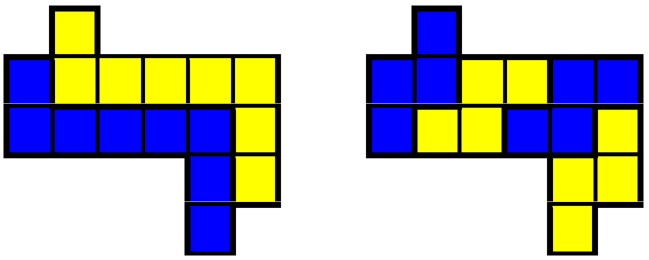
Tātad visās 9 rūtiņās jāraksta vai nu nepāra skaitļi, vai pāra skaitļi, jo starp skaitļiem no 1 līdz 9 ir tikai 5 nepāra skaitļi (1, 3, 5, 7 un 9) un 4 pāra skaitļi (2, 4, 6 un 8).

5.uzdevums.

a) var;
b) nevar, jo kubam ir tikai 6 skaldnes;
c) var;
d) nevar.

6.uzdevums.

Doto figūru var sadalīt 2 un 4 vienādās daļās (skat. 16.zīmējumu), bet nevar sadalīt 3 vienādās daļās, jo figūra sastāv no 16 rūtiņām un rūtiņu skaits nedalās ar 3.



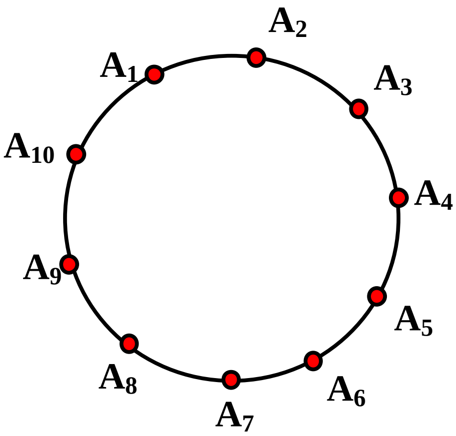
16.zīm.

7.uzdevums.

Jā, ir iespējama.

Risinājums.

Cilvēkus attēlosim ar punktiem A_1, A_2, ..., A_{10} un atzīmēsim šos punktus uz riņķa līnijas (skat. 17.zīmējumu). Pieņemsim, ka savstarpēji pazīstamiem cilvēkiem atbilstošie punkti atrodas viens otram blakus. Tātad A_1 ir pazīstams ar A_2 un A_{10}, A_2 ir pazīstams ar A_1 un A_3, ..., A_{10} ir pazīstams ar A_9 un A_1. Iespēja atlikt punktus šādā veidā dod pamatu atbildei, ka tas ir iespējams.



17.zīm.

8.uzdevums.

Starp rūķīšiem tikai viens ir melis, un tas ir 11. rūķītis, jeb pats labējais rūķītis.

Risinājums.

Apzīmēsim rūķīšus ar 1., 2., 3., …, 11., skaitot no kreisās puses. Tā kā starp rūķīšiem ir gan tādi kuri vienmēr runā taisnību, gan tādi kuri vienmēr melo, tad labējais, jeb 11.rūķītis noteikti ir melis, jo no viņa pa labi nestāv neviens rūķītis. Tas nozīmē, ka visi citi runā patiesību.

9.uzdevums.

Risinājums.

Sadalām monētas trijās kaudzītēs A, B un C pa 3 monētām katrā kaudzītē.

1.svēršana.

Uz katra svaru kausa pa vienai kaudzītei, piemēram, A un B, bet kaudzīti C atliekam malā.

Ja svari ir līdzsvarā, tad vieglākā monēta atrodas kaudzītē C; ja svari nav līdzsvarā, tad noskaidrojam, kurā kaudzītē - A vai B atrodas vieglākā monēta.

2.svēršana.

Tās kaudzītes monētas, kurā atrodas vieglākā, apzīmēsim ar a, b un c. Uz katra svaru kausa novietojam pa vienai monētai, piemēram, a un b.

Ja svari ir līdzsvarā, tad vieglākā ir monēta c; ja svari nav līdzsvarā, tad noskaidrojam, kura monēta - a vai b ir vieglākā.

10.uzdevums.

Jā, var, piemēram,

a) (2; 2),

b) (1; 1),

c) $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Risinājums.

a) $2+2<2^2+2^2 \Rightarrow 4<8$,

b) $1+1=1^2+1^2 \Rightarrow 2=2$,

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}>\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 1>\frac{1}{2}$.

13.uzdevums.

1.vietu ieguva Dace,

2.vietu ieguva Baiba,

3. vietu ieguva Anna un

4.vietu ieguva Cilda.

Risinājums.

Meitenes apzīmēsim ar A, B, C un D. No dotā iegūstam sekojošas nevienādības:

1) $A>C$, $B<D \Rightarrow D>B>C$;

2) $A>C$, $B>A \Rightarrow D>B>A>C$.

Tas nozīmē, ka 1.vietu ir ieguvusi Dace, 2.vietu - Baiba, 3.vietu - Anna un 4.vietu - Cilda.

14.uzdevums.

Nē, nevar.

Risinājums.

12 reizes pierakstot saskaitāmos 1, 3 un 5 summā iegūst pāra skaitli, bet 37 ir nepāra skaitlis. Tas nozīmē, ka 12 gājienos nevar paņemt 37 konfektes.

15.uzdevums.

Jā, var. To var izdarīt, piemēram, tā, kā parādīts 18.zīmējumā. Katrā rindiņā un katrā kolonnā ierakstīto skaitļu summa ir 15.

1	**8**	**6**
5	**3**	**7**
9	**4**	**2**

18.zīm.

16.uzdevums.

Nē, nevar gadīties.

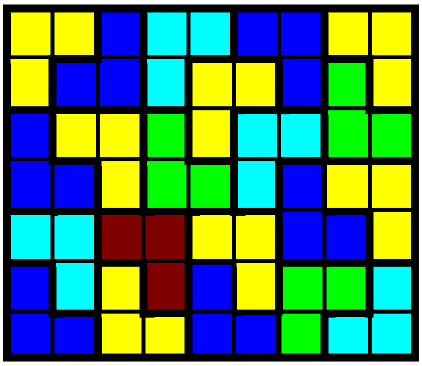
Risinājums.

Apskatām tikai tos skaitļus A, kuru pierakstā pēdējais cipars 2 un skaitļus B, kuru pierakstā pēdējais cipars ir 3, jo reizinājuma $A\cdot B$ pēdējais cipars ir atkarīgs no reizinātāju pēdējiem cipariem. Tas nozīmē, ka $A=12$ un $B=23$. Bet $12\cdot 23=276$, tāpēc nevar būt, ka reizinājuma $A\cdot B$ pierakstā izmantots tikai cipars 6.

17.uzdevums.

Tas parādīts 19.zīmējumā.

Pavisam esam ieguvuši 21 "stūrīti".



19.zīm.

Risinājums.

Kopējais rūtiņu skaits skaits ir $7\cdot 9=63$ rūtiņas. Katrs "stūrītis" sastāv no 3 rūtiņām. Tātad pavisam ir $63:3=21$ "stūrītis".

18.uzdevums.

Nē, nevar.

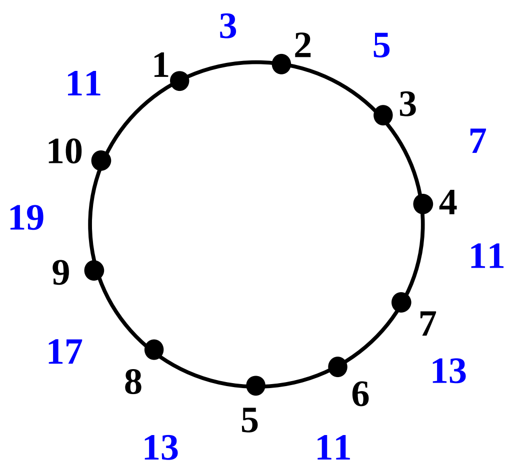
Risinājums.

Doto skaitļu summa ir 21 - nepāra skaitlis. Katreiz pieskaitot pa diviem vieniniekiem skaitļu summa palielinās par 2, un tā paliek nepāra skaitlis.

Tātad visi skaitļi nevar kļūt vienādi, jo tādā gadījumā to summa būtu pāra skaitlis.

19.uzdevums.

Jā, var. Tas redzams 20.zīmējumā.



20.zīm.

20.uzdevums.

19.februāris būs ceturtdiena (skat. 21.zīmējumu).

Pirmdiena		**2**	**9**	**16**	**23**
Otrdiena		**3**	**10**	**17**	**24**
Trešdiena		**4**	**11**	**18**	**25**
Ceturtdiena		**5**	**12**	**19**	**26**
Piektdiena		**6**	**13**	**20**	**27**
Sestdiena		**7**	**14**	**21**	**28**
Svētdiena	**1**	**8**	**15**	**22**	**29**

21.zīm.

Risinājums.

Ievērojam, ka 2004:4=501, tātad 2004. gads ir garais gads. Tas nozīmē, ka mēneša pēdējā diena ir 29. februāris. Sastādām kalendāru 2004. gada februāra mēnesim.

Tabulā redzams, ka 19.februāris ir ceturtdiena.

21.uzdevums.

Meitene, kura uzsāk spēli, uzvar gadījumos, ja traukā ir 3, 6, 9, 12, 15 vai 18 konfektes, bet pārējos gadījumos zaudē.

Lai uzvarētu, viņa nedrīkst paņemt konfektes tā, ka atlikušais konfekšu skaits dalās ar 3.

22.uzdevums.

Skat. 22.zīmējumu.

$$\begin{array}{ll} A+B=16 & A=6 \\ A\cdot C=24 & B=10 \\ B+C=14 & C=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} A+B=13 & A=4;\ 9 \\ A\cdot B=36 & B=9;\ 4 \\ B+C=B & C=0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} A+B=24 & A=0;\ 10 \\ A\cdot C=0 & B=24 \\ B-C=14 & C=10;\ 0 \end{array}$$

22.zīm.

24.uzdevums.

Klasē mācās 13 zēni un 17 meitenes.

Risinājums.

Pieņemsim, ka 1.zēns dejoja ar 5 meitenēm, 2.zēns - ar 6 meitenēm, 3.zēns - ar 7 meitenēm utt. Tas nozīmē, ka katram nākošajam zēnam meiteņu skaits, ar kurām dejoja, ir par vienu lielāks nekā iepriekšējam. Ja pēdējais zēns dejoja ar visām meitenēm, tad divu skaitļu, no kuriem viens apzīmē pēdējā zēna kārtas numuru, bet otrs - visu meiteņu skaitu, summa ir 30.

Uzdevumu viegli var atrisināt, sastādot tabulu (skat. 23.zīmējumu). No tās redzams, ka zēnu skaits ir 13, bet meiteņu - 17.

Zēni	**Meiteņu skaits, ar kurām dejoja**
1.	**5**
2.	**6**
3.	**7**
4.	**8**
5.	**9**
6.	**10**
7.	**11**
8.	**12**
9.	**13**
10.	**14**
11.	**15**
12.	**16**
13.	**17**

23.zīm.

25.uzdevums.

Nē, Jānis distanci beigs ātrāk.

Risinājums.

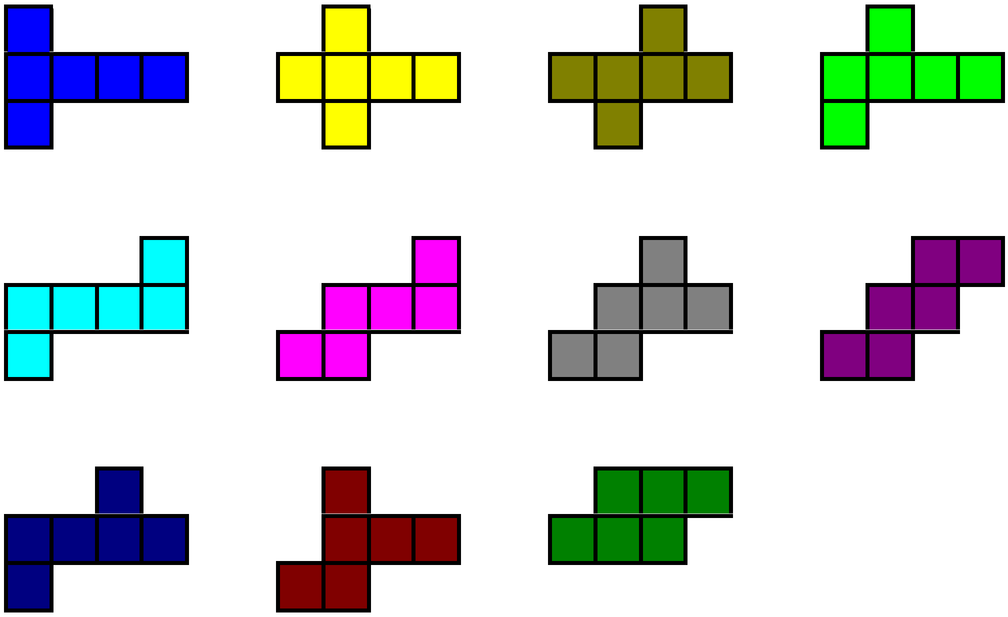
No 1.skrējiena izriet, ka Jāņa un Andra vienā un tajā pašā laikā noskrietie attālumi (un reizē ar ātrumi) attiecas kā 50:40=5:4.

2. skrējienā Jānis līdz finišam noskrēja 60 m, bet Andris - x m. Tā kā 60:x=5:4, tad $x=\frac{4\cdot 60}{5}=48$ (m). Kad Jānis finišēs, tad Andrim līdz finišam atliks vēl 2 m.

27.uzdevums.

1) (1;4), (2;5) un (3;6).

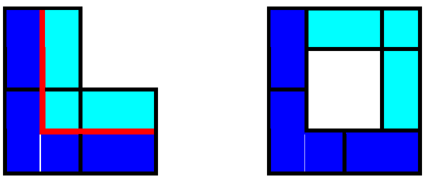
2) Skat. 24.zīmējumu.



24.zīm.

28.uzdevums.

Skat. 25.zīmējumu.



25.zīm.

29.uzdevums.

Risinājums.

Dalot ar 3 var iegūt šādus atlikumus: 0, 1 vai 2, jo atlikums ir mazāks nekā dalītājs.

Skaitļus sadalīsim grupās A, B un C pēc to atlikumiem dalot ar trīs. Grupā A atradīsies skaitļi, kuri dalās ar 3, t.i., kuriem atlikums ir 0; grupā B - skaitļi, kuriem atlikums ir 1;
grupā C - skaitļi, kuriem atlikums ir 2.

Ja pieņemam, ka trim pirmajiem skaitļiem atlikumi ir dažādi, tad katrs no tiem atradīsies savā grupā. Atlikušos divus skaitļus būs jāliek klāt jau kādam no uzrakstītajiem skaitļiem, tātad vismaz vienā (varbūt vairākās) no grupām būs vairāk nekā viens skaitlis un līdz ar to ir pierādīts uzdevumā prasītais.

30.uzdevums.

Nē, nevar būt.

Risinājums.

1) Aplūkosim trijstūri.

Ja malas ir 5 cm, 2 cm un 2 cm, tad trijstūris ar šādiem malu garumiem neeksistē, jo trijstūra jebkuru divu malu garumu summai jābūt lielākai nekā trešajai malai, bet $2+2<5$.

2) Aplūkosim četrstūri.

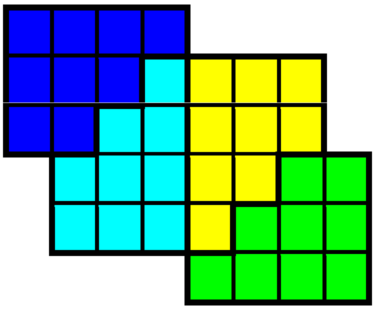
Četrstūrī var ievilkt riņķa līniju, ja tā pretējo malu summas ir vienādas. Ja četrstūra malas ir 5 cm, 2 cm, 2 cm un 2 cm, tad $2+2\neq5+2$. Tātad šinī četrstūrī nevar ievilkt riņķa līniju.

31.uzdevums.

0:1; 0:0; 3:0.

33.uzdevums.

Skat. 26.zīmējumu.



26.zīm.

36.uzdevums.

Nē, nevar.

Risinājums.

Katrs domino kauliņš pārklāj 2 rūtiņas, bet uz dotā galdiņa ir 81 rūtiņa, t.i., nepāra skaits rūtiņu. Tāpēc galdiņu ar izmēriem 9x9 nevar pārklāt ar domino kauliņiem, kuru izmēri ir 1x2.

39.uzdevums.

Piemēram, x=6; y=10.

Risinājums.

Ja x=6 un y=10, tad $6^2+2^6=10^2$, jo 36+64=100.

40.uzdevums.

Risinājums.

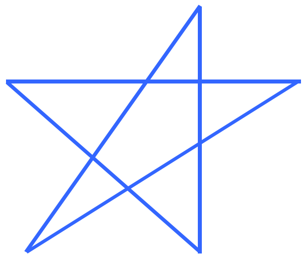
$a(a+b+c+d)=a^2+ab+ac+ad$.

Tā kā ab=cd, tad

$a^2+ab+ac+ad=a^2+cd+ac+ad=a(a+c)+d(a+c)=(a+c)(a+d)$.

41.uzdevums.

1) Skat. 27.zīmējumu.



27.zīm.

2) 6 vertikāli posmi.

Risinājums.

Slēgtā lauztā līnijā starp katriem diviem viens otram sekojošiem horizontāliem posmiem atrodas tieši viens vertikāls posms, un otrādi, tātad vertikālo posmu ir tikpat cik horizontālo.

43.uzdevums.

a+b+c+d=28, ja a=5, b=6, c=8 un d=9.

Risinājums.

Tā kā 4=2·2, tad tas nozīmē, ka |a|=|d|=2 un |b|=|c|=1. Tas iespējams, ja a=5, b=6, c=8 un d=9:

(7-5)(7-6)(7-8)(7-9)=2·1·(-1)·(-2)=4.

45.uzdevums.

Nē, nevar.

Risinājums.

Acīmredzams, ka punkti neatrodas uz vienas taisnes. Ja trīs plaknes punkti neatrodas uz vienas taisnes, tad attālums starp jebkuriem diviem punktiem ir mazāks par abu pārējo attālumu summu, bet 8>2+5.

46.uzdevums.

Piemēram, n=4; 9; 25; 49; 121; … .

Risinājums.

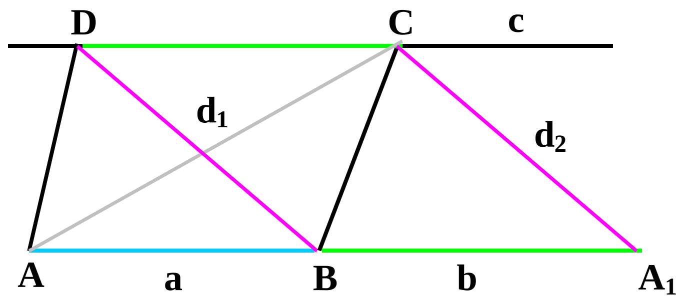
n vērtības ir visi tie naturālie skaitļi lielāki par 2, kuru dalītāji ir 1, p (kur p - pirmskaitlis) un n. Uzrakstīsim dažus šos skaitļus, iekavās norādot skaitļa dalītājus:

4 (1; 2; 4), 9 (1; 3; 9), 25 (1; 5; 25), 49 (1; 7; 49), 121 (1; 11; 121), … .

Tā kā $4=2^2$, $25=5^2$, $49=7^2$, $121=11^2$, …, tad šie skaitļi der par uzdevuma atrisinājumu.

48.uzdevums.

Skat. 28.zīmējumu.



28.zīm.

Risinājums.

Pieņemsim, ka trapeces pamati ir a un b, bet diagonāles ir d_1 un d_2.

Konstruējam ΔAA_1C pēc 3 malām: $AA_1=a+b$, $AC=d_1$ un $A_1C=d_2$.

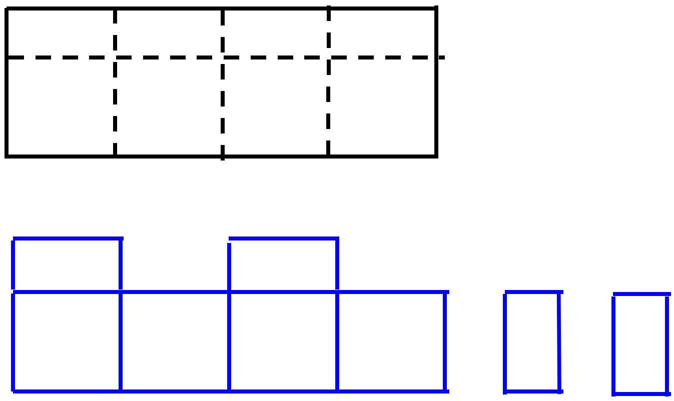
Caur punktu C velkam taisni $c \parallel AA_1$.

Konstruējam paralelogramu BA_1CD.

Četrstūris $ADCA_1$ ir meklējamā trapece.

49.uzdevums.

Skat. 29.zīmējumu.



29.zīm.

51.uzdevums.

(0; -1), (2; -1), (-1; -2), (3; -2), (-1; -4), (3; -4), (0; -5) un (2; -5).

56.uzdevums.

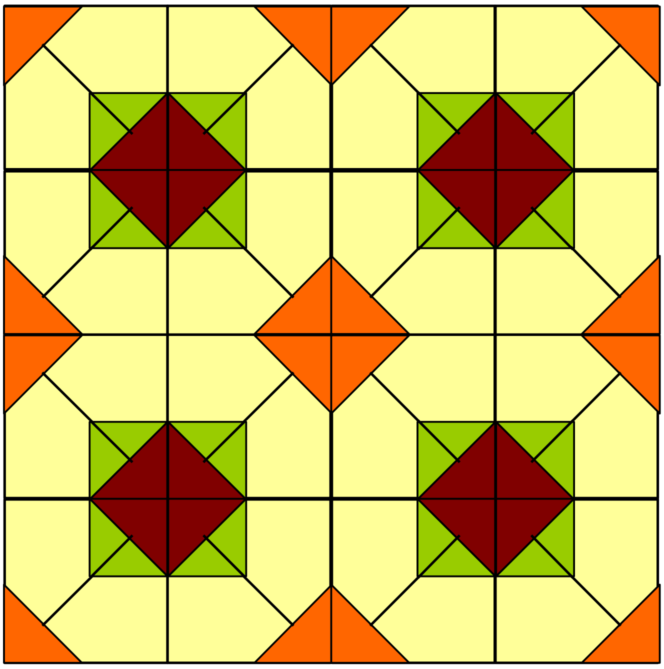
Jā, var, piemēram,
96=47+47+2.

59.uzdevums.

Piemēram,
1) a=4 un b=12; jeb visiem b=na, kur n - naturāls skaitlis;
2) a=4 un b=5; jeb visiem a un b, kuri ir savstarpēji pirmskaitļi.

60.uzdevums.

Skat. 30.a) zīmējumu.



a)

30.zīm.

62.uzdevums.

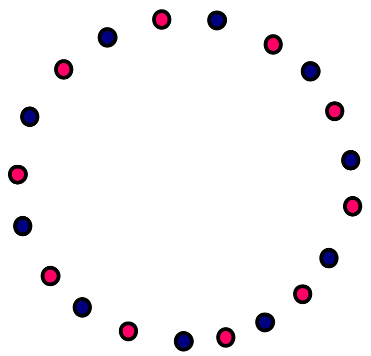
Risinājums.

Sadalām virkņu pozīcijas *n* pāros: (1, 2); (3, 4); ...; (2*n*-1, 2*n*).

Ja sarkano lodīšu būtu vairāk nekā *n*, tad kādā no pāriem atrastos 2 sarkanās lodītes; tās atrastos blakus - pretruna.

Ja sarkano lodīšu būtu mazāk nekā *n*, tad kādā no *n* pāriem sarkano lodīšu nebūtu vispār; tad tajā abas lodītes būtu zilas un tās atrastos blakus - pretruna. Tāpēc arī zilo lodīšu ir tieši *n*.

Vienīgie lodīšu izkārtojumi, kas apmierina uzdevuma prasības, redzami 30.b) zīmējumā (aiz katras sarkanas lodītes jāseko zilai, aiz katras zilas - sarkanai).



b)

30.zīm.

64.uzdevums.

Mazākais skaitlis ir 333, bet lielākais - 12301230120120.

Risinājums.

Dotā skaitļa ciparu summa ir 24. Lai skaitlis dalītos ar 9, tā ciparu summai jādalās ar 9.

Tas nozīmē, ka, lai iegūtu vismazāko skaitli, jāatstāj pēc iespējas mazāks ciparu skaits, tāpēc tā pierakstā jāizmanto lielākie cipari. Šis skaitlis ir 333. Skaitļa ciparu summa ir 9, tātad tas dalās ar 9.

Lai iegūtu vislielāko skaitli, jāizsvītro pēc iespējas mazāks ciparu skaits, kuru summa ir 6, jo tad atlikušo skaitļa ciparu summa būs 18 un skaitlis dalīsies ar 9. Tas nozīmē, ka izsvītrojam divus trijniekus, kuri apzīmē zemākas šķiras vienības. Iegūtais skaitlis ir 12301230120120.

65.uzdevums.

Uzvarēja Garaušu karalistes pārstāvis.

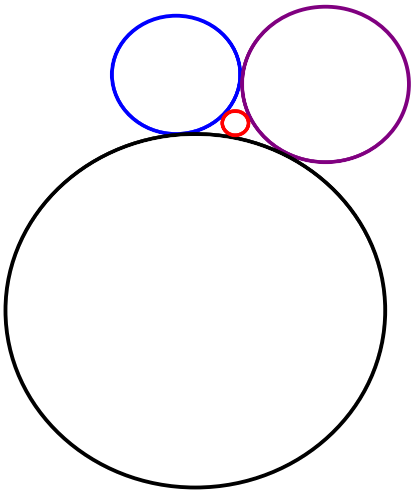
Risinājums.

Ja čempionātā piedalījās 3 lielzobji un 1 garausis un katrs sacentās ar katru tieši vienu reizi, tad pavisam notika $\frac{4\cdot 3}{2}=6$ spēles. Tā kā neizšķirtu nav, tad ir 6 uzvaras un 6 zaudējumi. Par cik kopējais uzvaru skaits abu karalistu pārstāvjiem ir vienāds, tad 3 uzvaras ir lielzobjiem un 3 uzvaras ir garaušiem.

Tas nozīmē, ka čempionātā uzvarēja Garaušu karalistes pārstāvis.

66.uzdevums.

Skat. 31.zīmējumu.



31.zīm.

67.uzdevums.

(J, L, N); (I, A); (H, B); (G, E, C); (F); (D); (M); (K).

70.uzdevums.

Nē, nevar.

Risinājums.

Dotās virknes pirmie divi skaitļi ir nepāra skaitļi, bet to summa ir pāra skaitlis, tāpēc arī summas pēdējais cipars ir pāra skaitlis. Tātad virknes trešais skaitlis ir pāra skaitlis, bet otro skaitli saskaitot ar trešo iegūsim nepāra skaitli, tāpēc arī summas pēdējais cipars ir nepāra skaitlis.

Līdz ar to virknē nepāra (n) un pāra (p) skaitļu secība ir:

$n, n, p, n, n, p, n, n, p, \dots$.

Skaitļiem 2, 4, 6 atbilst secība p, p, p - tātad tas nav iespējams.

72.uzdevums.

Cipars 2 ir uzrakstīts 160 reizes.

Risinājums.

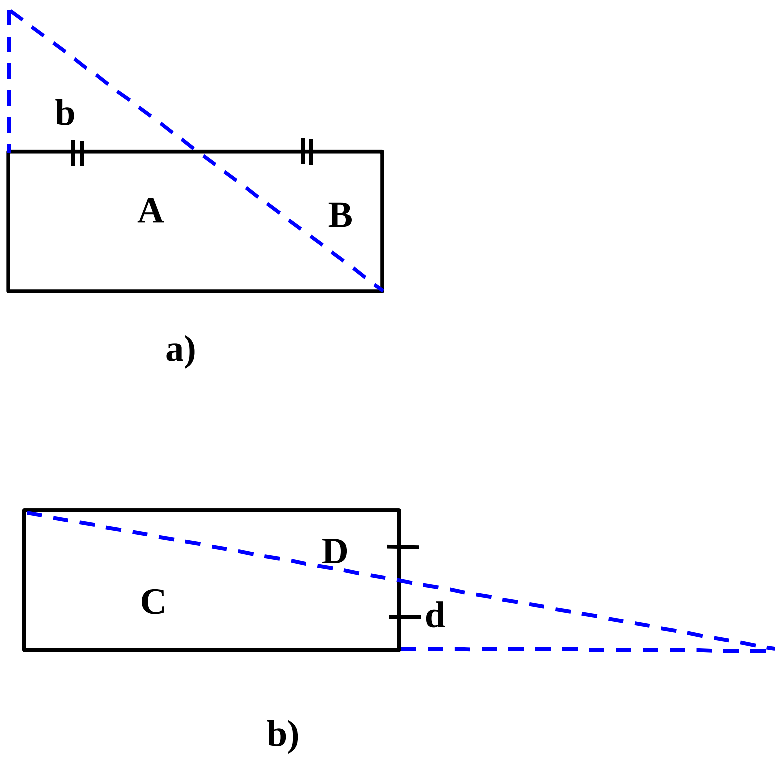
Apskatīsim naturālo skaitļu no 100 līdz 400 virkni:

100, 101, ..., 109,
110, 111, ..., 119,
120, 121, ..., 129,
...
200, 201, ..., 209,
210, 211, ..., 219,
220, 221, ..., 229,
...
300, 301, ..., 309,
310, 311, ..., 319,
320, 321, ..., 329,
...
390, 391, ..., 399, 400.

Cipars 2 kā vienu cipars ir uzrakstīts $10 \cdot 3 = 30$ reizes, arī kā desmitu cipars ir uzrakstīts $10 \cdot 3 = 30$ reizes, bet kā simtu cipars ir uzrakstīts 100 reizes. Tātad cipars 2 pavisam ir uzrakstīts 160 reizes.

73.uzdevums.

Skat. 32.zīmējumu.



32.zīm.

Sagriežam taisnstūri daļās A un B (32.a) zīm.) vai daļās C un D (32.b) zīm.). Apgabali B un b, tāpat arī C un c, ir savā starpā vienādi. Pārceļot daļu B apgabala b vietā vai daļu D apgabala d vietā, rodas trijstūris.

74.uzdevums.

Risinājums.

Pieņemsim, ka starp skolēniem nevar atrast trīs tādus, kuri dzimuši vienā dienā.

Tad tas nozīmē, ka ne vairāk kā diviem skolēniem vienā dienā ir dzimšanas diena.

Gadā ir 365 vai 366 dienas. Tātad skolā mācās ne vairāk kā $366 \cdot 2 = 732$ skolēni.

Bet, saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem, skolā mācās 827 skolēni.

Tātad pieņēmums ir aplams, un ir diena, kad vismaz 3 skolēniem reizē ir dzimšanas diena!

75.uzdevums.

Annai ir 12 gadu.

Risinājums.

Annas gadu skaitu apzīmēsim ar *x*.

No dotā seko, ka $\frac{8}{x}=\frac{x}{16}$ ⇒x^2=144⇒x=12. Tātad Annai ir 12 gadu.

76.uzdevums.

1) 15 partijas;

2) $\frac{n(n-1)}{2}$ partijas.

Risinājums.

Tā kā katrā partijā piedalās divi spēlētāji un katrs spēlē ar katru vienu partiju, tad turnīrā tika izspēlētas **1)** $\frac{6\cdot 5}{2}=15$ un **2)** $\frac{n(n-1)}{2}$ partijas.

78.uzdevums.

1) 95=5+6+7+8+9+10+11+12+13+14;

2) 10 pēc kārtas ņemtu naturālu skaitļu summa nevar būt 15, jo jau pirmo desmit pēc kārtas ņemtu naturālu skaitļu summa ir 55, bet ar katru nākošo skaitli summa arvien palielinās.