PUNKTIŅŠ Kuram vairāk: mazi stāstiņi Komentāri
3.02.2017

Nodarbības mērķis: risināt teksta uzdevumus ar tabulu un vizuālu metožu palīdzību. Svarīgi ir mācīties novērst uzdevumu risināšanā paviršību un neprecizitāti, kā arī aplamus priekšstatus. Šīs problēmas var mēģināt novērst ar doto situāciju vizuālas interpretācijas palīdzību.

Uzdevumi

1. Zaķēna grozā smaržoja 66 silti pīrādziņi, kurus ātri vien saoda Lapsa un Vilks. Viņi noķēra Zaķēnu, un Lapsa viņam pieprasīja: "Sadali visus 66 pīrādziņus mums ar Vilku tā, lai viņam ir tieši 3 reizes vairāk pīrādziņu nekā man, citādi mēs tevi apēdīsim!" Kā klājās Zaķēnam?
2. Laupītāju guvums bija 1000 zelta monētas. Kapteinis Āķis paņēma 4 reizes vairāk monētu nekā atstāja citiem. Laupītāji sakāvās un tikai diviem no tiem izdevās sadalīt guvumu – Ātrais dabūja par 24 monētām vairāk nekā Klibais. Cik monētu dabūja katrs no laupītājiem?

Komentāri. Pirmie divi uzdevumi ir labs piemērs, kā sākt risināšanu ar mazāku speciālgadījumu palīdzību. Pirmajā uzdevumā var "sākt dalīšanas procesu" – Zaķēns dod Lapsai 1 pīrāgu, Vilkam 3, kas kopā ir 4. Veidojam tabulu, kur ierakstam, kas notiek, ja Lapsai ir 2 pīrāgi, 3 pīrāgi un tā joprojām. Uzmanība jāpievērš ailei ar kopējo summu. Kāda ir šo skaitļu virknes kopīgā īpašība?

Līdzīgi otrā uzdevumā jau var aplūkot iepriekšējā piemēra vispārinājumu: ja Kapteinim ir 4 reizes vairāk naudas – kādu daļu naudas viņš ir piesavinājies un kāda daļa naudas ir atlikusi? (var konstruēt attiecību nogriezni). Uzdevuma otro daļu var izpētīt ar sekojošas metodes palīdzību – 200 monētas dala 2 vienādās daļās. Ja vienam monētu vairāk kā 100, tad otram par tādu pašu skaitu monētu ir mazāk nekā 100. Te aplūko starpības.

3. Kapteinim Āķim bija ļoti smalks sienas pulkstenis, kurš iezvanīja katrus stundu. Pulksten četros norīta tas nozvanīja četras reizes 12 sekundēs. Cik sekundēs pulkstenis nozvanīs 9 no rīta?

Piezīme. Labs uzdevums, kas skolēniem parāda, ka nevajag pieņemt pārsteidzīgus un paviršus lēmumus. Daļa no skolēniem pārsteidzīgi sauca atbildi – 27 sekundes. Zvanu atskaņošanas grafisks attēls parāda, ka starp 4 signāliem ir 3 laika intervāli, katrs 4 sekundes ilgs. Deviņos no rīta pulkstenis atskaņoja signālus 8 x 4 sekundēs.

4. Kapteinim Āķim bija divas kastītes. Vienā kastītē bija viens zelta stienis un 2 sudraba stieņi, bet otrajā bija 2 zelta stieņi un viens sudraba stienis. Uz abām kastītēm bija uzrakstīts stieņu kopējais svars. Uz pirmās kastītes 1650 gramu, bet uz otras 1950 gramu. Kā kapteinis var zināt, cik sver stieņi , nelietojot svarus, ja zelta stieņi vienādi un sudraba stieņi vienādi?

Piezīme. Te pamatjautājums: Ko nozīmē starpība 1950 – 1650? Zelta stienis ir par 300 gramiem smagāks nekā sudraba stienis. Tad vienā kastītē zelta stieni var aizvietot ar sudraba stieni un kastītes kopējais svars kļūs par 300 g vieglāks. 3 sudraba stieņi sver 1350 gramu, un tad jau atrisinājums ir rokā.

5. Zooloģiskā dārza divos terārijos bija izmitinātas kopumā 200 divu veidu skudras – sarkanās un dzeltenās. Nelaimīgas sagadīšanās dēļ, no terārijiem izmuka 78 dzeltenās un 86 sarkanās skudras. Cik sākotnēji bija sarkano un dzelteno skudru, ja abos terārijos pēc atgadījuma palika vienāds skaits skudru?

6. Anna, Pēteris un Raitis brauca vilcienā no Rīgas uz Daugavpili. Anna un Pēteris stacijā bija nopirkuši vienādas mazas smalkmaizītes, bet Raitis nepaspēja neko nopirkt. Anna iztērēja 1,5 eiro, bet Pēteris – 2 eiro. Vilcienā Anna un Pēteris padalījās ar Raiti. Anna un Pēteris apēda vienādu skaitu maizīšu, bet Raitis apēda divreiz mazāk maizīšu kā Pēteris. Daugavpils stacijā Raitis draugiem atdeva 70 centus. Kā Annai un Pēterim šī nauda jāsadala?

Uzdevuma risinājumu var attēlot tabulas veidā:

	Raitis	Anna	Pēteris
Apēda			
Vienas porcijas cena	0,70	1,40	1,40
Iztērēja		1,50	2,00
Saņēma		0,10	0,60

7. Anna, Pēteris un Raitis sacentās uzdevumu risināšanā. Pēteris bija atrisinājis 2 reizes vairāk aritmētikas uzdevumus nekā Anna un 3 reizes mazāk ģeometrijas uzdevumu kā Raitis. Savukārt Raitis bija atrisinājis divas reizes mazāk aritmētikas uzdevumu nekā Anna un par vienu ģeometrijas uzdevumu vairāk nekā Anna. Aritmētikas uzdevumus Anna atrisināja par vienu vairāk kā ģeometrijas uzdevumus Cik uzdevumu katrs atrisināja, ja kopumā bērni atrisināja 34 uzdevumus?

Komentārs. Šis ir nedaudz sarežģītāks uzdevums nekā iepriekšējie. Izdevīgi ievērot, ka Raitis bija atrisinājis vismazāk aritmētikas uzdevumus. Te jāpadomā, kā sastādīt grafisko zīmējumu, jo ir divu dažādu veidu uzdevumi.

	Aritmētikas uzdevumi	Ģeometrijas uzdevumi
Raitis		
Anna		- 1 uzdevums
Pēteris		

No teksta ir jāsecina, ka 2 aritmētikas uzdevumu "lapas" satur tikpat daudz uzdevumu kā 3 ģeometrijas uzdevumu "lapas". Tā iegūstam Diofanta vienādojumu $2x = 3y$. Pārbaudām vispirms mazākās iespējamās x un y vērtības, kas arī dos uzdevumu atrisinājumu.

8. Anna un draugi bija ekskursijā uz Ķemeru purvu. Viena no laipām bija izveidota sekojošā veidā – 5 metru gari dēļi bija izvietoti cits aiz cita tā, ka katrs nākamais dēlis bija uzbīdīts par 10 cm uz iepriekšējā dēļa. Cik daudz dēļu bija izlikts, ja takas garums bija 1,7 km un laipa bija divu dēļu platumā?

Piezīme. Šis ir vienkāršs aprēķina uzdevums.

Izvēlētos uzdevumus iedvesmoja piemēri no grāmatām:

E.Ģingulis. 489 spici atjautības un pacietības uzdevumi matemātikā. Zvaigzne ABC, 2012

J. Mencis, P.Būmeistere. Cieto riekstu vācelīte. Zvaigzne, 1988

PUNKTIŅŠ Palindromi Komentāri
10.02.2017

Nodarbības mērķis: iepazīties ar interesantām skaitļu īpašībām, aplūkot naturāla skaitļa pierakstu. Daļa no uzdevumiem ir veidota kā atklātie uzdevumi, kur skolēniem jāatrod kādas procesa likumsakarības un jāmēģina tās paskaidrot.

Ar * apzīmēti grūti uzdevumi.

Uzdevumi

1. *Eksperiments:* Izvēlies divciparu skaitli A. B ir otrādi pierakstīts no tiem pašiem cipariem. Aprēķini šo skaitļu starpību C. Izveido skaitlim C otrādu skaitli D un atkal aprēķini starpību. Turpini procesu. Ko tu vari ieraudzīt?

Komentāri. Darbojoties ar tādiem divciparu skaitļiem, kuru cipari dažādi, process ieciklojas. Jāpamana, ka visi šie skaitļi C dalās ar 9. C un skaitlis ar otrādi pierakstītiem cipariem veido skaitļu pārus (9; 90), (18; 81), (27; 72), (36; 63), (45; 54). Formāli uzskatām, ka starpībai 9 otrs skaitlis ir 90. Ievērojot, ka katrā pārī ir skaitļi, kuri dalās ar 9, to starpība arī dalās ar 9, tāpēc iegūtā starpība atkal ir minēto pāru robežās.

2. *Eksperiments:* sareizini 11 x 11; 111 x 111; 11 x 111; 1111 x 1111.

Piezīme. Te veidojas palindromi, kuru pierakstā ir secība 123….321. Te varētu uzdot papildjautājumus: Kādus skaitļus jāreizina, lai iegūtu 123454321? Vai ir vēl kādi līdzīgi skaitļi - palindromi, kuru reizinājums atkal ir palindroms? (piemēram, 1001 x 101 utml.)

3. Atrodi divus secīgus divcipara skaitļus, kuru summa ir palindroms.

Piezīme. Te uzmanība jāvērš uz to, ka summa var būt divciparu skaitlis, vai arī trīsciparu skaitlis. Jāievēro, ka rezultāts būs nepāra skaitlis.

4. *Atrodi 3 secīgus divciparu skaitļus, kuru reizinājums ir palindroms!

Risinājums. Te vispirms jāsaprot, ar kādu ciparu var beigties 3 secīgu skaitļu reizinājums. Ja jāiegūst palindroms, tad skaitlis nebeigsies ar 0. Tāpēc derēs tikai tādi skaitļi, kuri beidzas ar 1, 2, 3, vai 2, 3, 4, vai 6, 7, 8 vai 7, 8, 9. Sareizinot šos trijniekus, pēdējais cipars ir 4 vai 6. Vismazākais reizinājums ir $11 \cdot 12 \cdot 13 = 1716$, bet lielākais ir $97 \cdot 98 \cdot 99 = 941094$. Tāpēc rezultāts var būt 4, 5 vai 6 ciparu skaitlis. Ievērosim, ka sešciparu palindroms ir formā:

$$\overline{abccba} = a \cdot 100001 + b \cdot 1001 + c \cdot 1100 = 11 \cdot (9091a + 91b + 100c).$$

Redzams, ka šis skaitlis dalās ar 11. Tas nozīmē, ka starp 3 divciparu skaitļiem būs 11, vai 22, 33, 44, 66, 77, 88, 99. Trīs sekojošo skaitļu reizinājumi, kuri satur 11, 22, 33, 44, ir četru vai piecu ciparu skaitļi. Tāpēc atliek pārbaudīt 5 reizinājumus:

$66 \cdot 67 \cdot 68 = 300696$

$76 \cdot 77 \cdot 78 = 456456$

$86 \cdot 87 \cdot 88 = 658416$

$77 \cdot 78 \cdot 79 = 474474$

$87 \cdot 88 \cdot 89 = 681384$

Atbilde ir priekšpēdējais reizinājums.

Piezīme. Uzdevumu, protams, var risināt ar pārlases palīdzību.

5. Drīkst izmantot viencipara skaitļus, aritmētiskās darbības un iekavas. Kādus divcipara palindromus var iegūt, izmantojot 2 vai 3 dotos skaitļus un darbības? Uzraksti arī kā iegūt 3 – ciparu palindromu līdzīgā veidā. Kādu mazāko doto skaitļu skaitu vari lietot?

Piezīme. Uzdevums aritmētisko darbību izpildes trenēšanai.

6. Cik ir 3-ciparu palindromu? Aprēķini visu trīsciparu palindromu summu.

Komentārs. Uzdevums sistemātiskas risināšanas iemaņu veicināšanai. Kādi var būt malējie cipari – viencipara un simtu pozīcijās? Cik kombināciju te ir? Kādu ciparu var likt vidū? Kāda ir aprēķina formula? $(9 \cdot 10 = 90)$

7. Aprēķini visu tādu palindromu ciparu summu, kuri mazāki par 100.

Piezīme. Uzdevums līdzīgs iepriekšējam uzdevumam.

8. Dots divciparu skaitlis A. Skaitlis B satur tos pašus ciparus otrādā secībā. Atrodi tādu A, lai A+ B ir palindroms!

Komentārs. Jāaplūko dažādas iespējas, gadījumu raksturīgās īpašības. Vienkārša atbilde, ja izvēlas divciparu skaitļus, kuri dalās ar 11, piemēram, A = 22, tad arī B ==22 un to summa ir 44. Kas notiek, ja A = 66? Cita grupa ir skaitļi, kuru ciparu summa mazāka par 10. Ar šādu skaitļu summu var iegūt atkal divciparu palindromu. Vai var iegūt 3 ciparu palindromu? (piemēram, 65 + 56). Trīsciparu palindromam jābeidzas ar 1. Derēs visi tie palindromi, kuru ciparu summa ir 11.

9. *Tāds pats uzdevums kā iepriekšējais, bet A ir 3 ciparu skaitlis. A ir 4 ciparu skaitlis.

Komentāri. Pēc analoģijas ar iepriekšējo uzdevumu, pirmkārt, derēs tie skaitļi, kuriem vidējais cipars mazāks par 5, bet malējo ciparu summa mazāka par 10. Derēs arī visi tādi 3 ciparu skaitļi, kur vidējais cipars ir 0. Citi skaitļi, kuru summa būs 4 ciparu skaitļi, nederēs, jo divu viencipara skaitļu summa mazāka par 20, tas ir, veido pārnesumu ne lielāku par 1. Ja vidējais skaitļa A cipars ir $a \neq 0$, tad, saskaitot A un B četrciparu rezultāta desmitu cipars būs summas $2a + 1$ pēdējais cipars. Ievērojot, ka skaitļa A pirmā un pēdējā cipara summai ir jābūt 11, tad A un B summas simtu cipars būs 2 – pāra skaitlis. Tāpēc summas divi vidējie cipari būs dažādi. Līdzīgi spriež par gadījumu, kad A ir 4 ciparu skaitlis.

10. *Eksperiments:* izvēlies divciparu skaitli A, uzraksti tam otrādo skaitli un saskaiti abus. Ja rezultāts nav palindroms, tad veic šo operāciju atkārtoti. Vai izdosies iegūt palindromu pēc vairākiem soļiem?

Piezīme. Vienmēr agrāk vai vēlāk var iegūt palindromu. Īpašs ir skaitlis 196. Tikai 1990. gadā John Walker ar datora palīdzību ieguva palindromu, kurš satur miljons ciparu. Sīkāk skatīt:

http://www.dolbeau.name/dolbeau/p196/p196.html

11. Atrodi tādu vislielāko 4 – ciparu palindromu, kurš dalās ar 15. Kāda ir šī skaitļa ciparu summa?

Atrisinājums. Lietosim dalāmības īpašības. Palindroms dalās ar 5, tāpēc tā pieraksts sākas un beidzas ar 5. Skaitlis dalās ar 3, tāpēc palindroma ciparu summa $10 + 2a$ arī dalās ar 3. Iespējamās a vērtības ir 1, 4, 7. Tāpēc vislielākais skaitlis ir 5775.

PUNKTIŅŠ Svērsim! Komentāri
17.02.2017

Nodarbības mērķis: Iepazīstināt skolēnus ar sviras svariem un līdzsvara metodi uzdevumu risināšanā. Līdzsvara metode ir arī algebrisku vienādojumu pamatā. Shematiski zīmējumi ļauj vizualizēt vienādošanas procesu, palīdz noteikt sakarības. Nodarbība plānota no 3 daļām – ievada daļa ar situāciju vizuālu attēlošanu, abstrakti uzdevumi un individuālais darbs ar līdzsvaru sistēmām. Individuālā uzdevumu lapa - *palīguzdevumi* - ir dota atsevišķi.

Ievaduzdevumi (ieteicams situācijas attēlot shematiski)

1. Ir sviras svari ar atsvariem un trīs atsvari – 2, 3 un 5 kg smagi. Uzraksti, kā var nosvērt vienu, divus, … 10 kg smagas kastes ar šiem svariem! Vai ir kāda kaste, ko nevar nosvērt?

Piezīmes. Te ir skaidrs, kā interpretēt tiešu vienādību un atsvaru summu. Jāpārrunā, kā attēlot starpību, meklējot 2 vienādus skaitļus. Piemēram, $6 = 5 + 3 – 2$. Vienā svaru pusē liekam 5 un 3 kg atsvarus, otrā pusē - 2 kg atsvaru un 6 kg smago kasti. Jāapspriež, kāpēc nevar nosvērt 9 kg kasti.

2. Kādus 3 atsvarus var lietot, lai nosvērtu visas kastes ar svaru no 1 līdz 10 kg?

Piezīme. Te var būt vairākas atbildes, būtiski saprast, ka trīs skaitļu summa ir 10.

3. Divi gurķi un viens tomāts sver tikpat, cik viens kabacis. Viens tomāts un kabacis sver tikpat, cik 3 gurķi. Cik tomāti sver tikpat, cik viens gurķis?

Piezīme. Lietot aizvietošanas metodi – kabaci aizvieto ar 2 gurķiem un 1 tomātu otrajā svēršanā.

4. Kas sver vairāk – viens arbūzs plus 6 kg atsvars vai 2 arbūzi plus 2 kg atsvars (visi 3 arbūzi sver vienādi)? Padomā!

Piezīme. Lielumu salīdzināšana, novērtēšana. Noskaidrot, kādā gadījumā kopējie svari vienādi. Tad apspriest, kas notiek, ja arbūzs sver citādi nekā 4 kg.

5. Konditors cepa augļu pīrāgus pēc vienas noteiktas receptes. Viņam bija pīrāgi jānosver (tie visi bija ar vienādu svaru), bet atsvari bija tikai 200 g un 120 g. Konditors svēra puspīrāgu, uz svariem liekot abus atsvarus un ceturtdaļu pīrāga. Cik sver viens pīrāgs?

Piezīme. Svaru līdzsvarošana, noņemot vienādos elementus.

Padomāsim, paskaidrosim:

6. Zelta uzpircējam tika nodoti 4 vienāda izskata zelta stieņi. Bija zināms, ka viens no stieņiem ir vieglāks. Kā ar sviras svariem var noteikt vieglāko stieni? Kāds ir mazākais svēršanu skaits?

Risinājums. Uz katra no svaru kausiem liekam 2 stieņus. Viens pāris būs vieglāks. Tad šī pāra stieņus sveram otru reizi, liekot uz kausiem pa vienam stienim. Vieglākais stienis atrasts.

7. Kāds ir mazākais svēršanu skaits, ja ir 9 vienāda izskata zelta stieņi, starp kuriem ir viens vieglāks stienis?

Komentāri. Līdzīgs uzdevums iepriekšējam. Te visi stieņi jāsadala pa trīs. No trijiem stieņiem vieglāko var noteikt ar vienu svēršanu. (Līdzīgu risinājumu skatiet uzdevumā 9.)

8. *Ir 6 vienāda izskata monētas, starp kurām ir 2 mazliet vieglākas. Kā ar 3 svēršanām noteikt abas vieglākās monētas?

Komentāri. Uzdevums līdzīgs iepriekšējam. Sadalām monētas 2 vienādās daļās un sveram. Ja svari nav līdzsvarā, tad abas vieglākās monētas ir vieglākajā kausā. Pietiek ar vienu svēršanu, lai noskaidrotu, kuras monētas tās ir. Ja 3 un 3 monētu svari ir vienādi, tad abās grupās ir pa vienai vieglākai monētai. No trim monētām vienu vieglāku var atrast ar vienu svēršanu.

9. *Dotas 10 vienāda izskata monētas, par kurām zināms, ka starp tām ir viena viltota (nav zināms, vai tā ir vieglāka vai smagāka par īstajām monētām). Kā ar sviras svariem bez atsvariem atrast viltoto monētu, izpildot 3 svēršanas?

Atrisinājums. Sadalām monētas kaudzītēs 3, 3, 3 un 1 monēta. Nosauksim kaudzītes P, Q un R kaudzītes, bet monētu par *x*.

Ar divām svēršanām nosveram P un Q, pēc tam Q un R. Ja visas kaudzītes sver vienādi, tad "vainīgā" ir monēta *x*. Ar trešo reizi sveram *x* un jebkuru pareizo monētu, noskaidrojot, vai viltotā monēta ir vieglāka vai smagāka.

Ja kaudzītēs P, Q un R svari atšķīrās, tad mēs tagad zinām, kura no kaudzītēm satur viltoto monētu un vai tā ir vieglāka vai smagāka par citām. Pieņemsim, ka "vainīgā" kaudzīte ir P un tā bija vieglāka par abām pārējām. Kaudzītes P monētas apzīmēsim *a, b, c*. Sveram *a* un *b*. Ja tās sver vienādi, tad monēta *c* ir viltota un vieglāka par citām. Ja, piemēram, *a* ir vieglāka par *b*, tad monēta *a* ir viltotā. (Līdzīgi spriež, ja kaudzīte P būtu smagāka par abām parējām kaudzītēm.)

Piezīme 1. Ir līdzīgs uzdevums par 16 monētām, starp kurām viltotā jānoskaidro ar 4 svēršanu palīdzību. Monētas sadala 4 kaudzītēs pa 4 monētām katrā. Ar 2 svēršanām atrodam vai nu 3 vienāda svara kaudzītes (tad pēdējā kaudzīte satur vainīgo monētu), vai arī atrodam vienu kaudzīti, kura ir vieglāka (vai smagāka) par pārējām. No 4 monētām vienu viltotu var atrast ar 2 svēršanām.

Piezīme 2. Daudz "viltīgāk" jārisina uzdevums, kur dotas 12 vienāda izskata monētas, bet viena no tām viltota – vai nu vieglāka, vai smagāka. Viltotā monēta ir jāatrod ar 3 svēršanām.

Piezīmes 2 atrisinājums. Sadalām monētas 3 kaudzītēs. I kaudzītē ir monētas *a, b, c, d*; II kaudzītē monētas *e, f, g, h*; III kaudzītē monētas *x, y, z, t*. Sveram I un II kaudzītes.

Ja svari ir līdzsvarā, tad "sliktā" monēta ir III kaudzītē. Sveram monētas *a, b, c* un *x, y, z*. Ja svari vienādi, tad viltotā monēta ir *t*. Trešajā svēršanā var noskaidrot, vai viltotā ir vieglāka vai smagāka par citām, salīdzinot to, piemēram, ar monētu *a*. Ja viltotā monēta ir starp *x, y, z*, tad mēs jau redzam, vai tā ir vieglāka vai smagāka par citām. Starp 3 monētām vienu vieglāko (vai smagāko) var atrast ar vienu svēršanu (skat. 9. uzdevuma risinājumu).

Ja I un II kaudzītes svari ir dažādi, tad pieņemsim, ka I kaudzītes svars ir vieglāks. Skaidrs, ka monētas *x, y, z, t* ir īstas. Rīkojamies sekojoši: monētas *e, f, g* atliekam malā. Vienā svaru kausā liekam *a, b, c* un *h*, bet otrā – *x, y, z,* un *d*. Te 3 iespējas:

1) Svari ir līdzsvarā, tad secinām, ka starp *e, f, g* monētām ir viltotā un tā ir smagāka par citām. Trešajā svēršanā atrodam "vainīgo".
2) Monētas *x, y, z, d* kopumā vieglākas nekā *a, b, c, h*. Secinām, ka viltotā monēta ir viena no *d* vai *h*. Trešajā svēršanā salīdzinām *x* ar *d*. Ja svari vienādi, tad *h* monēta ir smagāka nekā citas. Pretējā gadījumā *d* ir vieglāka par *x* un tātad viltota.
3) Monētas *x, y, z, d* kopumā smagākas nekā *a, b, c, h*. Secinām, ka viltotā monēta ir starp *a, b, c* un tā ir vieglāka nekā citas. Trešajā svēršanā atrodam viltoto monētu.

10. * Četras pēc ārējā izskata vienādas monētas sver attiecīgi 1g, 2g, 3g un 4g. Kā ar 4 svēršanām uz sviras svariem bez atsvariem noskaidrot, cik sver katra monēta?

Atrisinājums. Apzīmēsim monētas A, B, C un D. Vienā kausā liksim A, B, otrā – C un D.

<u>Ja svari ir līdzsvarā</u>, tad A un B ir 1 un 4 g monētas, bet C un D ir 2 un 3 gramu monētas vai otrādi. Sveram A un B. Pieņemsim ka A ir vieglāka monēta, tad A svars var būt 1 vai 2 grami. Svērsim C un D. Pieņemsim, ka C ir vieglāka, tad tās svars var būt 1 vai 2 grami. Ceturtajā reizē sveram B un D:

Ja B < D, tad B=3, D=4, A=2, C =1 grami

Ja B> D, tad B=4, D-3, A=1, C=2 grami.

Ja svari nav līdzsvarā, pieņemsim, ka A un B sver mazāk kā C un D. Sveram A un B. Pieņemsim, ka A ir vieglāka, tad A=1 grams. Sveram C un D. Pieņemsim, ka D ir smagāka jeb D=4 grami. Ceturtajā reizē sveram B un C. Ja B vieglāka, tad B=2 g, bet C=3 grami. Ja B smagāka, tad B=3, bet C=2 grami.

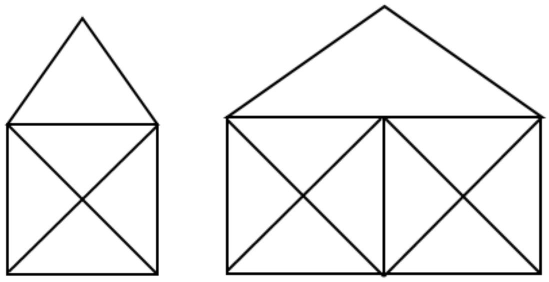
Piezīme. No 4 skaitļiem var izveidot kopumā 6 pārus. Šos pārus savukārt atkal sadalīsim pa pāriem ((1, 2); (3, 4)); ((1, 3); (2, 4)); ((1, 4); (2, 3)). Šie skaitļu pāri nosaka monētu svēršanas iespējas.

*- uzdevums ir grūts

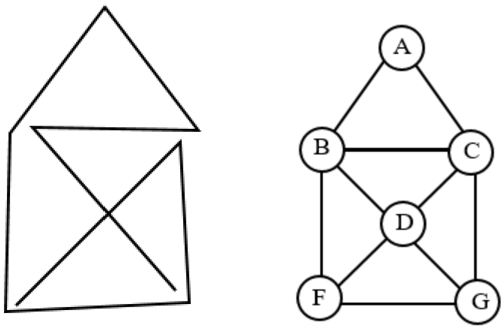
PUNKTIŅŠ Ar vienu vilcienu   Komentāri
24.02.2017

Nodarbības mērķis: iepazīstināt skolēnus ar Eilera ciklu vai Eilera ceļu zīmēšanu. Nodarbības mērķis šoreiz nav iepazīstināt skolēnus ar grafu teorijas jēdzieniem un elementiem. Šoreiz arī nav plānots pieminēt Leonardu Eileru un slavenos Kēnigsbergas tiltus. Nodarbības mērķis ir palīdzēt skolēniem saskatīt figūru topoloģiskas īpašības.

Komentārs. Nodarbību sāk ar rūķīša namiņu zīmēšanu – namiņš, kur dzīvo 1 rūķītis un namiņš, kur dzīvo 2 rūķīši:

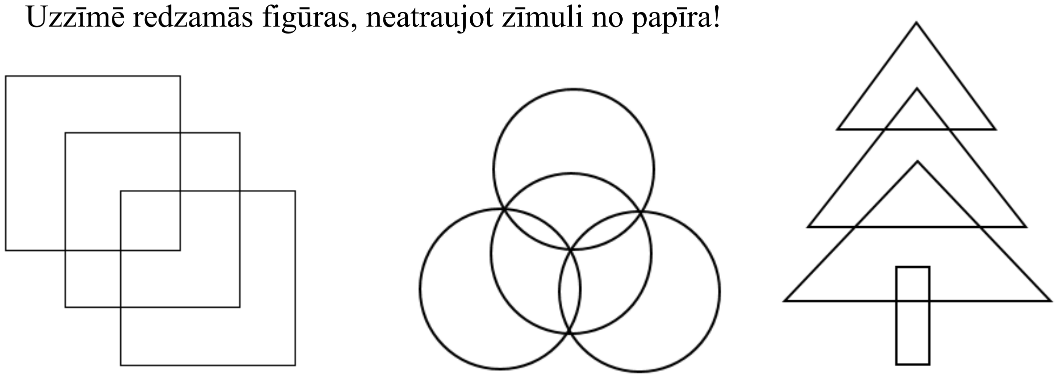


Kāpēc pirmo namiņu var uzzīmēt ar vienu vilcienu, bet otru nevar? Kāds noslēpums ir pirmā namiņa zīmēšanai? Kādā veidā parādīt zīmējuma tapšanas gaitu? Šie ir jautājumi, kas jāapspriež ar skolēniem.
Zemāk ir 2 veidi, kā parādīt līnijas zīmēšanas gaitu – atstājot atstarpes krustpunktos vai arī otrs veids – līniju krustpunktus un līniju pagrieziena punktus apzīmēt ar burtiem un pierakstīt burt virkni, tas ir, līnijas vilkšanu no viena punkta līdz otram:

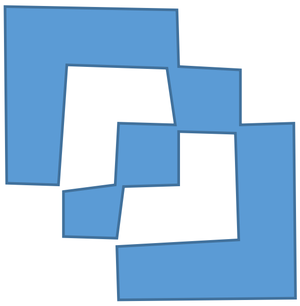


Otrās figūras zīmēšana iet caur punktiem F, D, C, G, F, B, A, C, B, D, G.
Nākamais jautājums: ar kādu skaitli varētu raksturot atzīmētos līniju krustpunktus? Skolēniem jāpamana, ka punktos F un G pienāk 3 līnijas, citos 2 vai 4. Tas, ka ir 2 punkti, kuri saistīti ar nepāra skaitu līniju, nozīmē, ka vienā punktā līnija sāksies, bet otrā beigsies. Tas ir arguments apstāklim, ka otru 2 rūķīšu namiņu uzzīmēt nevar - te ir vairāk kā divi punkti ar nepāra "pakāpi". (jāapspriež, kāpēc tā ir).

1. Uzzīmē redzamās figūras, neatraujot zīmuli no papīra!

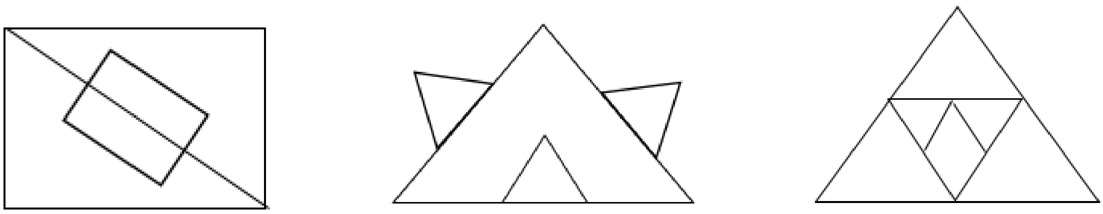


Komentārs. Viens no veidiem, kā saskatīt līnijas novilkšanas secību, ir doto figūru izkrāsot pēc "šaha galdiņa" principa, tā ievērojot sakarīgu apgabalu, ap kuru var apvilkt kontūru, piemēram, triju kvadrātu gadījumā:



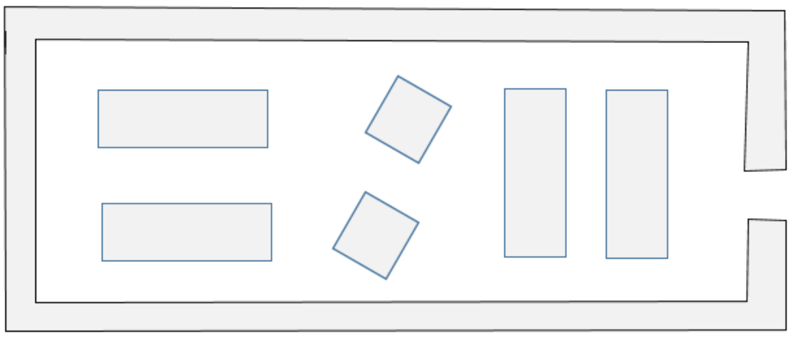
Šis piemērs ņemts no Martina Gārdnera grāmatas: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОСУГИ. 1972, Moskva, Mir

2. Nosaki, kuru figūru varēs uzzīmēt, neatraujot zīmuli no papīra:



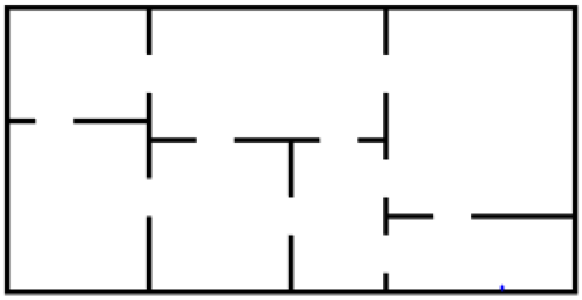
Piezīme. Šis uzdevums ir sākotnējās tēmas atkārtojums, ka nevar būt vairāk kā 2 krustpunkti, kuriem pienāk nepāra skaits līniju.

3. Izstāžu galerijā gar katru sienu ir izkārtas gleznas. Atrodi veidu, kā izstaigāt galeriju, pie katras sienas aplūkojot gleznas tā, lai pie aplūkotajām gleznām otru reizi neatgrieztos un lai visas gleznas tiktu aplūkotas!



Piezīme. Ir jāiet gar katru sienu – gleznas tiek apskatītas pie vienas sienas, pēc tam atsevišķi jāiet pie citas sienas, lai apskatītu citas gleznas – nevar vienlaikus skatīties uz abām pusēm.

4. Jaunā dzīvokļa pircēji ļoti steidzas, bet viņi vēlas aplūkot dzīvokli no visiem skatu punktiem, tas ir, viņiem ir laiks caur katrām durvīm iziet tieši vienu reizi. Kurā istabā jāsāk un kurā istabā jābeidz dzīvokļa apskatīšana?



Piezīme. Otrā uzdevuma analogs praktiskā situācijā.

Komentārs: iedvesmas avots šai nodarbībai bija grāmata

Manfred Nitzsche. Graphen fuhr Einsteiger. Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2009