

## PUNKTIŅŠ

### Nogriežņi, figūras. Komentāri

6.01.2017

*Nodarbības mērķis:* attīstīt skolēnu telpisko domāšanu; atraisīt iztēli, meklējot daudzveidīgus un oriģinālus atrisinājumus; pāriet no diskrētā domāšanas lauka uz nepārtraukto, iztēlojoties, kas notiek darbības lauka paplašinātajā, neredzamajā daļā; izmantot aritmētiskus un kombinatoriskus aprēķinus, lai izprastu iespējamās konstrukcijas.

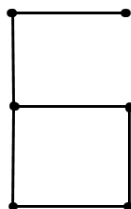
### Uzdevumi

1. Konstruē sešus nogriežņus tā, lai tiem kopumā ir 6 galapunkti. Atrodi pēc iespējas vairāk dažādas principiāli atšķirīgas konfigurācijas!

*Piezīmes.* Te ir daudz variantu, kā attēlot šos nogriežņus. Vienkāršākais veids ir konstruēt sešstūri. Līdzīgā veidā var pievērst uzmanību piecstūrim, četrstūrim, trijstūrim; izliektiem un ieliektiem daudzstūriem. Skolēniem jāsaprot arī, ka nogriežņi drīkst būt dažāda garuma, ka ne obligāti figūrām jābūt sakarīgām, tas ir, ka atbilde var būt arī, piemēram, divi atsevišķi trijstūri. Te svarīgi arī runāt, cik galapunktu kopumā ir sešiem atsevišķiem nogriežņiem; kādu figūru veido lauza līnija.

*Oriģināls skolēnu risinājums:*

Seši nogriežņi, kuriem kopumā ir 6 galapunkti, un figūra ir skaitlis 6.



2. Konstruē sešus nogriežņus tā, lai tiem kopumā ir 6 galapunkti un 2 nogriežņi krustojas. Atrodi vairākas dažādas konfigurācijas!

*Piezīmes.* Šis ir iepriekšējā uzdevuma variants, ja skolēni vēl nav konstruējuši tādu figūru, kurā tieši divi nogriežņi krustojas.

3. Konstruē piecus nogriežņus tā, lai tiem ir vislielākais iespējamais krustpunktu skaits!

*Piezīmes.* Vispirms jāļauj skolēniem zīmēt un domāt, tad viņiem ir jāizsaka hipotēzes. Jāierosina, kurš uzzīmēs figūru ar vislielāko krustpunktu skaitu. Pēc tam jāveic kombinatoriski aprēķini, kurus var veikt soli pa solim. Piemēram, sākot ar 2 nogriežņiem, kuri var krustoties vienā punktā. Tad, pievienojot trešo nogriežni, krustpunktu skaitu var palielināt par divi; pievienojot vēl ceturto nogriežni, tas var krustot jau visus 3 iepriekšējos – tā plānveidīgi (pat sastādot tabulu) var nonākt pie vajadzīgā rezultāta. Citāds aprēķina paņēmiens – katrs nogrieznis var krustot četrus citus nogriežņus (5 x 4). Bet katrā krustpunktā piedalās divi nogriežņi. Tāpēc lielākais krustpunktu skaits

$$\text{var būt } \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

4. Aplūkosim taisnes. Konstruē 6 taisnes tā, lai tām ir tieši 6 krustpunkti!

*Piezīmes.* Uzdevums domāts, lai skolēnu uzmanība kļūtu elastīga – ir jāsaprot, ka taisnes garums ir neierobežots – ja zīmējumā nogriežņi nekrustojas, to pagarinājums var būt krustosies. Te runa par paralēlām taisnēm. Par taisnēm, kas iet caur vienu punktu. Par dažādiem uzdevuma atrisinājumiem. Seši krustpunkti sešām taisnēm ir neliels krustpunktu skaits, kas liecina, ka būs tāds krustpunkts, caur kuru ies vismaz 3 taisnes.

## PUNKTIŅŠ

**Vispārīgas un ortogonālas punktu sistēmas.** Komentāri (šī nodarbība ir iepriekšējās nodarbības turpinājums)

13.01.2017

*Nodarbības mērķis:* Attīstīt telpisko domāšanu; “lauzt stereotipus”; izprast uzdevuma prasības.

### Uzdevumi

1. Uz lapas atzīmēti kaut kādi 5 punkti. Cik dažādus trijstūrus iespējams konstruēt ar virsotnēm dotajos punktos?

*Komentārs.* Pirmais uzdevums ir ievada uzdevums. Te jāievēro, ka uzdevumā nav teikts, kādā veidā punkti uz lapas ir atzīmēti – līdz ar to tas ir izpētes uzdevums, kur jāiztēlojas dažādas punktu konfigurācijas. Vēlams sākt ar 3 punktiem (aplūkot arī gadījumu, kad 3 punkti ir atliekti uz vienas taisnes). Izpētīt, vai 4 punktu gadījumā var konstruēt tieši 2 trijstūrus. Pārrunāt, ko īsti nozīmē uzdevuma prasības – jāaplūko visi iespējamie trijstūri, kuru virsotnes ir dotie punkti.

2. Doti 9 punkti, kuri ir rūtiņu papīra līniju krustpunkti:  
Cik dažādas formas trijstūrus var konstruēt ar virsotnēm dotajos punktos? Katru trijstūri konstruē atsevišķā zīmējumā!

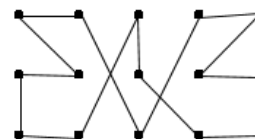
*Piezīme.* Jāsaprot, ka vienu un to pašu trijstūri var pagriezt un apgriezt – transformāciju rezultātā forma nemainās.

3. Doti tie paši 9 punkti kā 2. uzdevumā. Cik dažādus četrstūrus ar virsotnēm šajos punktos vari konstruēt? (Katru četrstūri konstruē atsevišķā punktu sistēmā!)

*Piezīmes.* Skolēniem jāsaprot, ka četrstūri var būt gan izliekti, gan ieliekti. Te der arī apspriest, kā aprēķināt doto četrstūru laukumu šajā ortogonālajā sistēmā – var sadalīt četrstūri trijstūros un aplūkot trijstūru laukuma aprēķināšanas paņēmienus (piemēram, trijstūris kā puse no taisnstūra; trijstūris, kuru iegūst, no taisnstūra “nogriežot liekos” stūrus).

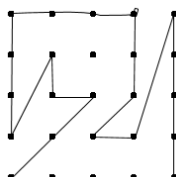
4. Apskati punktu sistēmu 3 x 5 punkti. Konstruē laužto līniju caur šiem punktiem (dotie punkti var būt laužtās līnijas lūzuma punkti jeb virsotnes). Šo līniju konstruē tā, lai tā iet caur visiem dotajiem punktiem un lai tai ir vislielākais iespējamais nogriežņu skaits.

*Atrisinājums.* Visvairāk posmu laužtai līnijai ir, ja tās virsotnes ir visi dotie 15 punkti un līnija ir slēgta:



5. Apskati punktu sistēmu 5 x 5 punkti. Konstruē 12 – stūri, lai tā iekšpusē būtu tieši 1 punkts. Konstruē to tā, lai 12 – stūra virsotnes un malas iet caur visiem 24 punktiem!

*Atbilde.* Piemēram:



6. Tādā pašā sistēmā, kāda ir dota 5. uzdevumā, konstruē četrstūri ar virsotnēm šajos punktos, lai tā iekšpusē nebūtu neviens punkts un lai tā perimetrs būtu pēc iespējas lielāks.

*Piezīmes:* te der aplūkot arī ieliektus četrstūrus. Jāaplūko, kādi nogriežņi ar galapunktiem dotajos punktos, ir garākie.

## PUNKTIŅŠ

### Aritmētiskie “kuģiši”, komentāri

20.01.2017

*Nodarbības mērķis* ir iepazīstināt skolēnus ar taisnleņķa koordinātu sistēmu netiešā veidā. Te nosaka rūtiņu koordinātes jeb atrašanās vietu, līdzīgi kā tas notiek spēlē “Jūras kauja”.

### Uzdevumi

1. Uzzīmē kvadrātu  $10 \times 10$  rūtiņas. Uzraksti kvadrāta apakšā skaitļus zem katras kolonas 1, 2, 3, ...10. Uzraksti skaitļus pa kreisi pie katras rindas, sākot no apakšas uz augšu 1, 2, 3, 4, ...10.
  - a) Atrodi rūtiņas, kuru koordinātes ir (2; 3); (6; 8); (5; 1).
  - b) Nosaki visas tādas rūtiņas, kuru koordināšu summa ir 7.
  - c) Ar kādu vienu skaitli var raksturot rūtiņas, kuras atrodas uz garākās diagonāles? Un uz otras diagonāles?
  - d) Nosaki visas rūtiņas, kuru koordinātes var raksturot ar vienu skaitli 8, tad skaitli 12. Cik dažādu rūtiņu vari atrast, kas atbilst katram no minētajiem skaitļiem?

*Piezīmes:* Dots ievada uzdevums. Skolēni mācās noteikt rūtiņu atrašanās pozīcijas un pamanīt koordināšu ģeometriskās un aritmētiskās kopsakarības.

2. Kvadrāta  $10 \times 10$  robežās izveido simetrisku ornamentu no 8 rūtiņām, kurš ir simetrisks attiecībā pret kvadrāta centru (centrāli simetrisku ornamentu). Uzraksti šo rūtiņu koordinātes un raksturo katru rūtiņu ar vienu skaitli, ko iegūst, veicot aritmētisku darbību ar koordinātēm. Iegūtos 8 skaitļus nodod otram skolēnam, lai viņš atklāj tavu ornamentu.

*Piezīmes:* Zināmā veidā šis ir kodēšanas uzdevums. Ne visos gadījumos pēc viena dotā skaitļa var noteikt rūtiņas koordinātes. Ja ornaments ir izveidots simetriski, tad tas otram skolēnam var palīdzēt atminēt kodu. Viegļāks uzdevuma variants ir izvēlēties tikai 4 rūtiņas un/vai sareizināt katras rūtiņas abus koordināšu skaitļus.

3. Kvadrāta  $10 \times 10$  robežās doti 8 secīgi veseli nenegatīvi skaitļi. Rūtiņā (6; 7) ir ierakstīts lielākais no tiem. Rūtiņā (4; 3) ir divreiz lielāks skaitlis, nekā rūtiņā (4; 4). Rūtiņā (5; 7) ierakstīts skaitlis, kurš par 1 mazāks nekā rūtiņā (4; 5). Rūtiņā (4; 7) ir ierakstīts vismazākais skaitlis no dotajiem. Rūtiņās (4; 3), (4; 4) un (4; 6) ir skaitļi, kuri mazāki par 4. Rūtiņās (4; 5) un (5; 5) ierakstīti abi lielākie skaitļi, kuri mazāki par skaitli, kas ierakstīts rūtiņā (6; 7). Noteiktos skaitļus ieraksti kvadrāta atbilstošajās rūtiņās. Kāds ir šo skaitļu noslēpums?

*Piezīme:* uzdevums ar loģisko spriedumu elementiem.

*Atrisinājums.* Skaitļu atrašanās vietas jau ir dotas, tās kopumā veido skaitļa 7 formu. Ja skaitļi rūtiņās (4; 3), (4; 4) un (4; 6) ir mazāki par 4, tad tie ir 1, 2, 3, bet rūtiņā (4; 7) ir nulle, kas ir mazākais iespējamais skaitlis no dotajiem. Tad lielākais skaitlis ir 7. Augšējā rindā ir skaitļi 0, 4, 7. Vertikāli uz leju ir skaitļi 0, 3, 5, 1, 2. Piektajā rindā ir divi skaitļi 5 un 6. “Noslēpums” ir sekojošais – dots maģiskais skaitlis 7, kur katrā rindā horizontāli un vertikāli izvietoto skaitļu summa ir 11.

4. Uzzīmē kvadrātu  $5 \times 5$  rūtiņas. Zem kvadrāta katrā kolonnā ieraksti skaitļus 10, 15, 20, 25, 30. Kreisajā malā katrā rindā ieraksti skaitļus 1, 2, 3, 4, 5. Zemāk dotas to rūtiņu koordinātas, kuras vajag iekrāsot. Aprēķini tās un atrodi zīmējumu, kurš slēpjas dotajā kvadrātā!

$$((860 - 60) : 4 - 100) : 10; \quad 1084 - 85 + 2002 - 50 \cdot 60$$

$$(75 : 3 + 200) : 15; \quad (1749 - 213) : 64 : 8$$

$$(100000 - 10000) : 3000; \quad 38 : 2 + 14 - 21 - 7$$

$$(1 + 2 + 1 + 2 + 1) \cdot 6 - 12; \quad 179 + 216 - 394$$

$$(3130 - 5) : 25 : 5; \quad (-1 + 106 - 51) : 18$$

$$(2 + 37 \cdot 3 - 63) : 5; \quad (818 - 12) : 62 - 8$$

$$(450 : 3 + 10) : 8; \quad (25 : 5 + 5 \cdot 10) : 11$$

$$(16 + 15 + 34) : 5 - 3; \quad 407 : 11 \cdot 2 - 71$$

$$(73 - 69 + 1) \cdot 4; \quad (300 : 2 + 6) : (13 \cdot 12)$$

$$(7 \cdot 8 + 4) : 2; \quad (132 : 2 - 30) : 9 - 1$$

*Piezīmes:* Uzdevums sastādīts aritmētisko darbību izpildīšanas trenēšanai. Grafiskais zīmējums uzskatāmi parādīs, vai uzdevums atrisināts pareizi – attēlam ir jābūt simetriskam.

## PUNKTIŅŠ

### Kurš melo? Komentāri

27.01.2017

*Nodarbības mērķis* ir aplūkot loģikas uzdevumus. Skolēniem jāmacās loģiski spriest, kā arī precīzi izteikt apgalvojumus un pamatojumus.

#### Uzdevumi

1. Robotiņiem Jesim un Nosim katram ir viena kastīte. Vienam no viņiem kastītē ir konfekte. Robotiņi ir tā ieprogrammēti, ka Jesis vienmēr saka taisnību, Nosis vienmēr melo. Kā ar vairāku jautājumu palīdzību noskaidrot, kurš no robotiem ir Nosis, kurš ir Jesis, un kuram ir konfekte? Viņi atbild tikai uz tādiem jautājumiem, kur atbilde ir tikai “jā” vai tikai “nē”.
2. Jesim, Nosim un Nesim katram ir viena kastīte un vienā no kastītēm ir konfekte. Jesis vienmēr saka patiesību, abi pārējie melo. Robotiņam drīkst uzdot “jā – nē” jautājumu par vienu kastīti. Atrodi, kurā kastītē ir konfekte!
3. Tiem pašiem 3 robotiņiem ir 2 konfektes 3 kastītēs. Izdomā tādus “jā – nē” jautājumus, lai visdrīzāk noteiktu situāciju!
4. Vienā kastītē ir zilās konfektes, otrā dzeltenās, bet trešajā kastītē abu veidu. Visi uzraksti ir sajaukti. Drīkst palūgt 1 konfekti no jebkuras vienas kastītes. Kā noskaidrot, kurā kastītē kas atrodas?

*Piezīmes.* Pirmie 3 uzdevumi ir uzdevumi, kuros var izpildīt lomu spēles. Var uzaicināt dažus skolēnus, kuriem nosaka, kuri dotajā brīdī būs meli, kuri teiks patiesību. Grupā katrs uzdod pa vienam tādām jautājumam, kurš drīkst attiekties tikai uz doto situāciju, tas ir, nedrīkst uzdot personīgus jautājumus. Secinājumus var pierakstīt un tad apspriest, kādi jautājumi visātrāk ved pie mērķa. Trešajā uzdevumā ir arī jānoskaidro, vai 2 konfektes atrodas vienā kastītē vai dažādās.

5. Anete Makdonalda restorānā aplūkoja ēdienkarti. Viņa secināja, ka kartupeļšu porcija maksā ne lētāk kā 3 eiro, bet kola – ne dārgāk kā 3 eiro, bet hamburgers maksā dārgāk nekā kartupeļši. Kāds bija šo ēdienu cenas, ja tās var būt 2, 3 un 5 eiro?

*Piezīmes.* Ievaduzdevums, kurā var parādīt vienu no loģikas uzdevumu risināšanas pamatprincipiem – izveidot tabulu, kurā atzīmē iespējamo informāciju:

	2 eiro	3 eiro	5 eiro
Kartupeļi		x	x
Hamburgers			x
Dzēriens	x	x	

Skolēniem jāprot novērtēt lielumus, jāsaprot, ko nozīmē izteicieni “ne mazāk”, “ne vairāk”. Jāievēro, ka uzdevumā nav teikts, ka cenas noteikti ir dažādas. Tāpēc te iespējamas divas atbildes: hamburgera un kartupeļu cenas ir noteiktas viennozīmīgi, bet dzēriens var maksāt 2 vai 3 eiro (acīm redzot, atbilstoši izvēlētajai trauka tilpumam).

Arī nākamie 2 uzdevumi ir ļoti vienkārši – daļa skolēnu tos ātri atrisināja prātā.

6. Guna, Ansis un Valdis sestdienā devās uz tuvējās pilsētas gadatirgu. Katrs izvēlējās citu veidu, kā nokļūt galamērķī. Valdis gadatirgū ieradās ar visu ģimeni, bet viņš labprāt būtu braucis ar divriteni, kurš šobrīd bija salūzis. Guna nebrauca ar auto, bet Ansis gadatirgū ieradās visvēlāk, lai gan ceļojumu uzsāka visagrāk. Kā bērni ieradās gadatirgū, ja kāds brauca ar velosipēdu, kāds ar auto un kāds gāja kājām?
  7. Šaha skolā satikās 4 skolēni – Jānis, Hugo, Roberts un Kristiāns. Anketā viņi ierakstīja, ka ir no 1., 3., 4., 7. klases. Noskaidro, kurā klasē kurš no zēniem mācās, ja Jānis trešajā klasē mācījās pirms vairākiem gadiem. Roberts nav pirmklasnieks. Kristiāns tikai pēc 4 gadiem būs 7. klasē.
  8. \* Starptautiskajās sporta sacensībās piedalījās Francijas, Itālijas un Japānas komandas. Noskaidro, cik zelta, sudraba un bronzas medaļas ieguva katra komanda, secinot to no dotajiem datiem:
    - Japāna ieguva par 1 zelta medaļu vairāk, bet par 3 sudraba medaļām mazāk nekā Itālija.
    - Francija saņēma visvairāk bronzas medaļas (18), bet vismazāk zelta medaļas (7).
    - Katra valsts ieguva vismaz 6 katra veida medaļas.
    - Itālija ieguva kopumā 27 medaļas.
    - Itālijai bija par 2 bronzas medaļām vairāk nekā zelta.
    - Visas 3 valstis kopumā nopelnīja 38 bronzas medaļas.
    - Francijai 2 reizes vairāk sudraba medaļu nekā Itālijai zelta medaļu.
- (8. uzdevums ņemts no vietnes <https://nrich.maths.org/8073>)

*Komentārs.* Šis uzdevums ir sarežģītāks – jau nedaudz sasaucas ar uzdevumiem par maģiskajiem taisnstūriem. Te jāaplūko gan kopīgās summas, gan jāveic salīdzināšana, jālieto izslēgšanas metode. Atbilstošajā tabulā vispirms ieraksta konkrētus skaitļus, tad aizpilda ar iespējamām minimālām vērtībām, kuras, sekojot uzdevumā dotām norādēm, palielina atbilstošajās pozīcijās ierakstītos skaitļus.