PUNKTIŅA TESTS (A Grupa) Risinājumi
6.04.2018

Nodarbības mērķis: Skolēnu zināšanu pašnovērtējums. Lai atrastu pareizās atbildes, uzdevumi vispirms jāatrisina.

Piezīme: dažos uzdevumos iespējamas arī divas atbildes

1. Cik ir divciparu skaitļu, kur viens no cipariem ir 2 reizes lielāks nekā otrs?

20 **8** 16 10

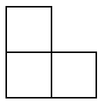
Piezīme. Cipars ir grafiska zīme skaitļa apzīmēšanai. Olimpiāžu uzdevumu formulējumos, lai tos pierakstītu īsākā veidā, izteiksme "viencipara skaitļi" dažkārt tiek aizvietota ar vārdu "cipari", piemēram: "cipars divas reizes lielāks nekā otrs", "skaitļa ciparu summa" un tam līdzīgi.

Atrisinājums. Ja viens no cipariem ir 2 reizes lielāks nekā otrs, tad tas var būt tikai pārskaitlis. Viencipara pārskaitļi ir 2, 4, 6, 8. Tad otrs cipars atbilstoši būs 1, 2, 3 vai 4. Ciparu pāri ir (1; 2), (2; 4), (3; 6), (4; 8). No katra pāra var izveidot 2 skaitļus, piemēram, 12 un 21. Doto divciparu skaitļu skaits ir 8.

2. Ir sešas pilsētas, kur starp jebkurām divām no tām ir tieša avio līnija. Cik avio līniju kopumā ir starp šīm 6 pilsētām?

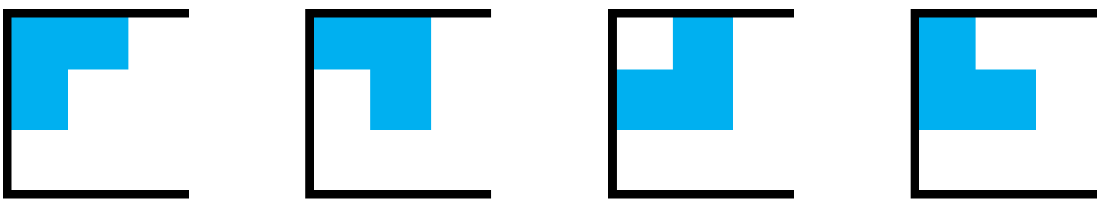
6 10 **15** 12

Atrisinājums. No katras pilsētas iziet 5 aviolīnijas. No visām pilsētām kopumā iziet 30 aviolīnijas. Katra avio līnija tādā veidā ir ieskaitīta 2 reizes, jo tā savieno 2 pilsētas. Kopējais aviolīniju skaits ir 30 : 2 = 15.

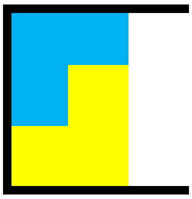
3. Dots rūtiņu taisnstūris 3 x 9 rūtiņas. Cik 3 rūtiņu  stūrīšus var noteikti izgriezt no taisnstūra?

7 **8** 9 11

Atrisinājums. Dotajā taisnstūrī ir 27 rūtiņas. Varētu domāt, ka var izgriezt 9 stūrīšus. Jāaplūko zīmējums. No dotā taisnstūra stūra mazo stūrīti var izgriezt 4 veidos:



Kā redzams, izgriezt stūrīti divos pēdējos veidos nav racionāli, jo tad noteikti nevarēs izgriezt 9 stūrīšus. Pirmie 2 gadījumi nosaka viennozīmīgu stūrīšu izvietojumu:



Seko, ka divus stūrīšus var izgriezt no taisnstūra 2 x 3 rūtiņas. Bet dotā taisnstūra garums ir 9 rūtiņas – tas nedalās ar 2. Tāpēc te var izgriezt 8 vai mazāku skaitu stūrīšus. (Noteikti var izgriezt 7 vai 8 stūrīšus.)

4. Cik ir tādu 4-ciparu skaitļu, kuru ciparu summa ir 4?

14 15 17 **20**

Atrisinājums. Vispirms apskatīsim, cik veidos var izteikt skaitli 4 kā četru vai mazāk skaitļu summu: 4

3 + 1

2 + 2

2 + 1 + 1

1 + 1 + 1 + 1

Pirmo un pēdējo summu kā četru ciparu skaitli var izveidot tikai vienā veidā:

4000 un 1111. Izmantojot ciparus 2 un 2 iespējami sekojošie veidi:

2200; 2020; 2002

No cipariem 3 un 1 var izveidot sešus prasītos skaitļus:

3100; 3010; 3001 mainot ciparu 1 un 3 pozīcijas var iegūt vēl 3 skaitļus.

Ja tūkstošu pozīcijā ir cipars 2, tad var izveidot 3 skaitļus.

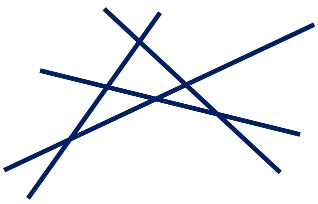
Ja tūkstošu pozīcijā ir cipars 1, tad atlikušajās 3 pozīcijas jāizvieto cipari 2, 1, 0. No 3 cipariem var sastādīt 6 virknes. Kopumā šo skaitļu skaits ir 20.

5. Kāds var būt lielākais četru nogriežņu krustpunktu skaits?

6 5 7 4

Atbilde. Katrs nogrieznis var krustoties ar visiem citiem nogriežņiem (skat. 2. uzdevuma atrisinājumu). $4 \cdot 3/2 = 6$

Piemērs:

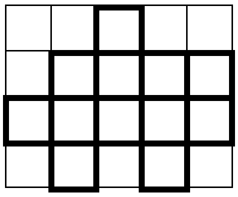


6. Septiņu draugu starpā ir notikušas vairākas telefona sarunas. Izrādās, ka katrs no viņiem ir runājis ar draugiem vienādu skaitu reižu. Cik reižu var būt runājis katrs no viņiem?

1 3 **6** **4**

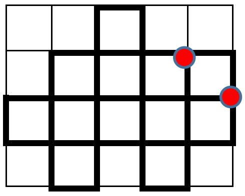
Atbilde. Katrā sarunā piedalās divi draugi. Ja summē visu draugu visas sarunas, tad šo sarunu kopējam skaitam ir jābūt pāra skaitlim. Tātad katrs ir runājis pāra skaitu reižu (ja saskaita nepāra skaitu nepāra skaitļu, tad summa ir nepāra skaitlis).

7. Aplūko figūru: Te vienas rūtiņas mala ir 0,5 cm gara.
Cik garu stiepli vajag, lai izlocītu tumšāk iekrāsoto kontūru?
(stieple nevienā posmā nepārklājas)



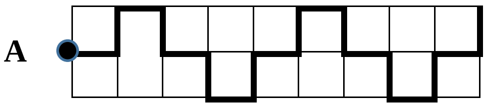
34 cm **17 cm** 20 cm Nevar izlocīt

Atrisinājums. Vispirms ir jāpārliecinās, ka doto figūru var uzzīmēt ar vienu vilcienu, neatlaižot zīmuli no papīra. Ja ir ne vairāk kā divi līniju krustpunkti, kuros satiekas nepāra skaits līniju, tad zīmējumu uzzīmēt var:



Zīmējums sākas vienā no sarkanajiem punktiem un beidzas otrā sarkanajā punktā. Tad saskaitām visus horizontālos rūtiņu nogriežņus, visus vertikālos. To kopējais skaits ir 34, tātad nepieciešamais stieples garums ir 17 cm.

8. Lauztā līnija tiek nepārtraukti zīmēta no kreisās puses uz labo, sākot no punkta A (zīmējumā līnijas fragments). Katram lauztās līnijas nogrieznim tiek piekārtots skaitlis; ja nogrieznis ir horizontāls, tam piekārto skaitli 0; ja nogriezni velk vertikāli uz augšu, tad tam piekārto skaitli 2, ja vertikāli uz leju – skaitli 1. Kāda ir šiem nogriežņiem piekārtoto skaitļu summa, ja horizontālo nogriežņu skaits ir 12?



16 24 12 **18**

Atrisinājums. Vispirms atrodam ornamenta periodu – tas sastāv no 8 nogriežņiem. Viena perioda nogriežņu summa ir nemainīga, tā ir 2 + 2 + 1 + 1 = 6. Vienā periodā ietilpst 4 horizontālie nogriežņi. 12 horizontālo nogriežņu posmā ietilpst 3 pilni periodi, kuru kopējā summa ir 18. Ja uzdevumā ir teikts “12 horizontālie nogriežņi”, tad ornamenta segmentu skaits nav precīzi noteikts. Iespējami ir varianti, ka ornamenta posms beidzas ar vertikālu nogriezni. Tad nogriežņu kopējā summa ir 20 (summējot, sākot no punkta A).

PUNKTIŅŠ (A grupa) Cenas un nauda
13.04.2018

Nodarbības mērķis: aplūkot uzdevumus ar kombinatoriskiem elementiem.

1. Rindā saliktas piecas 1, 2, 5, 10 un 20 centu monētas. Pirmo 3 monētu summa ir 27 centi, pēdējo 3 monētu summa ir 31 cents. Atrodi visas izvietojuma iespējas!

Atrisinājums. Prasītās naudas summas no dotajām monētām var izveidot tikai vienā veidā:

$27 = 20 + 5 + 2$ un $31 = 20 + 10 + 1$

Tas nozīmē, ka 20 centu monēta atradīsies rindas vidū. Rindas sākumā jāliek 2 un 5 centu monētas, bet beigās – 10 un 1 centa monētas. Divas monētas rindā var nolikt divējādi, piemēram 2 un 5 vai 5 un 2centu monētas. Tā iegūstam 4 dažādus rindas sakārtojumus:

2. Ir divas 1 centa monētas un divas 2 centu monētas un divas 5 centu monētas. Tās saliktas rindā šādi: starp abām 1 centa monētām ir viena cita monēta. Starp abām 2 centu monētām ir 2 monētas, bet starp 5 centu monētām ir 3 citas monētas. Atrodi šo sakārtojumu!

Atrisinājums

3. Kā iepriekšējā uzdevumā ir vēl arī divas 10 centu monētas. Starp 10 centu monētām ir 4 citas monētas, bet iepriekšējā uzdevuma nosacījumi arī ir spēkā. Izveido šo astoņu monētu sakārtojumu!

Atrisinājums

4. Ansītis raganas mājiņā atrada 4 kastes ar zelta monētām. Pirmajā kastē bija par 4 monētām vairāk nekā otrajā. Otrajā kastē bija par 1 monētu mazāk nekā trešajā. Bet ceturtajā kastē bija divas reizes vairāk monētu nekā otrajā. Ansītis saskaitīja 70 monētas kopumā. Cik monētu bija katrā kastē?

Atrisinājums

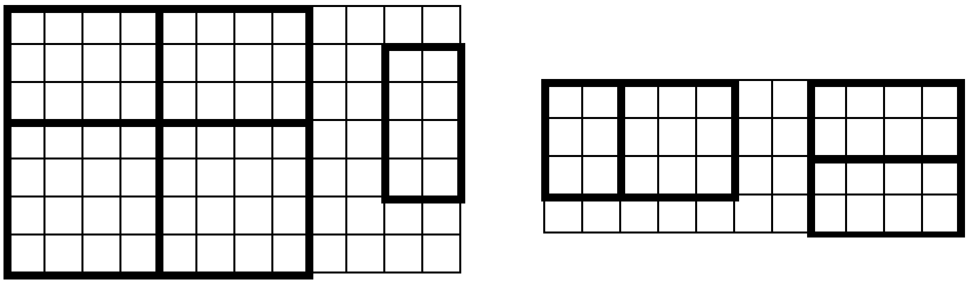
1.kaste **2.kaste** **3.kaste** **4.kaste**

Ja 2. kastē ir pāra skaits monētu, tad pirmajā un ceturtajā kastē arī ir pāra skaits monētu, bet trešajā – nepāra. Tad monētu summa visās kastēs ir nepāra skaitlis, kas nevar būt 70. No tā seko, ka otrajā kastē ir nepāra skaits monētu. Uzdevumu var atrisināt tabulas veidā, izvēloties dažādas pāra skaitļu vērtības, kas atbilst monētu skaitam otrajā kastē. Lai samazinātu pārlases variantu skaitu, var novērtēt vidējo monētu skaitu kastēs 70 : 2 = 17,5. Tad var izvēlēties mazāku monētu skaita diapazonu otrajā kastē:

1. kaste	2.kaste	3. kaste	4. kaste	Monētu summa
13	**9**	10	18	50
15	**11**	12	22	60
17	**13**	14	26	70
19	**15**	16	30	80
21	**17**	18	34	90
23	**19**	20	38	100

Monētu skaits kastēs atzīmēts iekrāsotajā tabulas rindā.

5. Meistars Ūpis devās uz veikalu pirkt logus mājas remontam. Katra loga cena bija summa no izmantotā stikla un logu rāmja cenas. Cik maksā 1 dm^2 stikla un 1 dm rāmja?



1460 Eiro 320 Eiro 580 Eiro 560 Eiro

Atrisinājums. Ievērosim, ka otrais logs ir daļa no ceturtā loga. Ja otrā loga cenu pareizina ar 2, tad šī cena 640 eiro mīnus ceturtā loga cena 560 būs vienāda ar rāmja garumā 4 dm cenu. Tad 80 eiro maksā 4 dm rāmja materiāla, bet viens dm maksā 20 eiro. Otrā loga rāmja perimetrs ir 12 dm, tas maksā 240 eiro, no kurienes var aprēķināt, ka stikla kvadrāt-decimetrs maksā (320 – 240) : 8 = 10 eiro. Atliek pārbaudīt, vai arī citu logu cenas ir aprēķinātas pareizi:

Pirmais logs: stikls, laukums: $S = 3 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 56\ dm^2$; cena 560 eiro

Rāmis, perimetrs: P $8 \cdot 3 + 7 \cdot 3 = 45dm;$ cena 900 eiro

Kopā 560 + 900 = 1460 eiro.

Līdzīgi aprēķina arī pārējo logu cenu.

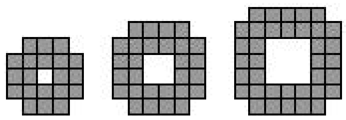
6. Seši bērni stāv aplī. Viņiem, pēc kārtas skaitot, ir nauda 1, 2, 3, 4, 5 un 6 centi. Ja bērnam A blakus stāv bērns B, kuram ir mazāk naudas, tad bērns A dod vienu centu bērnam B, vai arī A dod naudu abiem blakus stāvošiem bērniem B un C, ja viņiem mazāk naudas kā A. Vienā gājienā katrs dod vai saņem naudu (vai arī gan dod, gan saņem naudu). Vai var gadīties, ka pēc vairākiem gājieniem visiem bērniem ir vienāda naudas summa?

Atrisinājums. Pats pirmais jautājums ir, cik naudas būs katram bērnam, ja visiem būs vienāds naudas daudzums? Iesākumā naudas kopējā summa ir 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21, kas ir skaitlis, kas ar 6 nedalās. Tāpēc, lai arī kā bērni mainītos ar naudu, vienādu naudas summu katrs nevar iegūt.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Skaitļu virknes
20.04.2018

Nodarbības mērķis: gatavoties 44. Atklātajai Matemātikas Olimpiādei, kur šogad pasludinātā tēma ir "Skaitļu virknes". Uzdevumi izvēlēti, lai skolēni mācītos atklāt ģeometrisku objektu likumsakarības un attīstītu telpisko iztēli.

1. No cik kvadrātiņiem būs konstruēta desmitā figūra?



Atrisinājums. Uzdevuma nolūks ir atrast figūru veidošanas algoritmu. Aprēķināt kvadrātiņu skaitu var dažādi.

1. veids: var pieņemt, ka ir dots kvadrāts a malas garumu n kvadrātiņi, no kura izgriezti centrs un stūru kvadrātiņi. Tad formula ir $n^2 - (n-4)^2 - 4$.

2. veids: var sasummēt ārējos "nogriežņus", tas ir, taisnstūrus ar izmēru (n - 2) x 1, un tad pieskaitīt iekšējā kvadrāta kvadrātiņus mīnus vidējā cauruma kvadrātiņi. Formula būs: $4(n-2) + (n-2)^2 - (n-4)^2$.

3. veids: ievērosim, ka figūras stūros ir 3 kvadrātiņu konfigurācija. Ja tos izgriež, paliek 4 bloki, kuros ir (n – 4) x 2 kvadrātiņi. Tad kopīgā formula ir $3 \cdot 4 + (n-4) \cdot 2 \cdot 4$

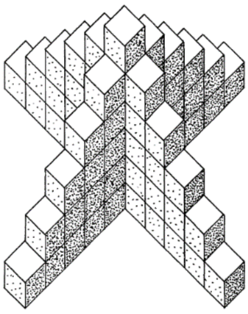
Otra uzdevuma daļa ir atrast kvadrātiņu skaitu desmitajā figūrā. Te jāievēro, ka pirmās figūras aptverošā kvadrāta malas garums ir 5. Tāpēc desmitajai figūrai n = 14. Aprēķinam, ka tajā ir 92 kvadrātiņi, piemēram, pēc trešā veida: $12 + 10 \cdot 8 = 92$.

Piezīme: ceturtās klases skolēniem, protams, nevar prasīt, lai viņi raksta pirmā un otrā veida aprēķina formulas ar nezināmiem un pakāpēm. Te ir tikai īsi pierakstīts kvadrātiņu skaita aprēķināšanas algoritms, lai skolotājs var saprast, par ko ir runa. Skolēniem šie algoritmi jāpaskaidro, balstoties uz vizuāliem piemēriem.

2. Šajā attēlā doti ornamenti, kur horizontālā diagonālē ir 3, 5 un 7 kvadrātiņi atbilstoši. Ievēro, ka pirmajā attēlā kopumā ir 5 kvadrātiņi – 4 melni un 1 balts. Cik kopumā kvadrātiņu būs ornamentā, kura horizontālajā diagonālē ir 11 kvadrātiņi?

Atrisinājums. Te jāievēro, ka melno kvadrātiņu skaits ir 4; 9, 16; …, ko var izteikt kā $2 \cdot 2$; $3 \cdot 3$; $4 \cdot 4$; ... Tātad melno kvadrātiņu skaita virkne ir 4; 9; 16; 25; 36; … Līdzīgi balto kvadrātiņu virkne ir 1; 4; 9; 16; 25; …. Tad aplūkojamajā figūrā, kur uz horizontālās diagonāles ir 11 kvadrātiņi, no tiem ir 6 melni un 5 balti. Līdz ar to melno kvadrātiņu skaits ir $6 \cdot 6 = 36$, bet balto kvadrātiņu skaits ir $5 \cdot 5 = 25$.

3. Aplūko figūru. Cik kubiņi būtu vajadzīgi, lai šāda veida figūru uzkonstruētu augstumā 1 vai 2, vai 3? Cik kubiņi vajadzīgi, lai uzkonstruētu figūru augstumā 10?



Atrisinājums. Izpētīsim vienu no figūras četriem "spārniem". Tajā ietilpst

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 kubiņi. Ievērosim, ka vien "spārna" kubiņu skaits ir naturālu skaitļu virknes summa. Kopumā ir četri spārni un centrālais tornis, kura augstums dotajā attēlā ir 6. Dotajai figūrai kubiņu skaits ir $15 \cdot 4 + 6 = 66$. Līdzīgi spriežot, figūrai augstumā 1 ir 1 kubiņš; figūrai augstumā 2 ir 6 kubiņi, figūrai augstumā 3 ir 15 kubiņi. Figūras augstumā 10 kubiņu skaits ir $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \cdot 4 + 10 = 190$ kubiņi.

4. Dota skaitļu virkne

$$\frac{1}{1}; \frac{2}{1}; \frac{1}{2}; \frac{3}{1}; \frac{2}{2}; \frac{1}{3}; \frac{4}{1}; \frac{3}{2}; \frac{2}{3}; \dots$$

Kāds kārtas numurs šajā virknē ir skaitlim $\frac{4}{17}$?

Atrisinājums. Vispirms jāaplūko dotā skaitļu virkne, lai saprastu, pēc kāda likuma tā ir konstruēta. Dažkārt skaitļu virknes, kas dotas saucējā un skaitītājā, ieteicams aplūkot atsevišķi. Saucējā redzamie skaitļi veido virkni 1; 1; 2; 1; 2; 3; 1; 2; 3; …. Saliksim šos skaitļus iekavās:

(1); (1; 2); (1; 2; 3; …); … = (1); (1; 2); (1; 2; 3; 4); (1; 2; 3; 4; 5);…. Savukārt skaitītājā šie skaitļi ir atbilstoši sakārtoti otrādā secībā. Tāpēc skaitlis $\frac{4}{17}$ daļas atrodas tajā apakšvirknē, kur ir vismaz 17 skaitļi. Ievērojot, ka skaitītājā ir skaitlis 4, secinām, ka skaitlis 17 ir ceturtais no beigām. Šo apakšvirkni veido skaitļi $\frac{20}{1}; \frac{19}{2}; \frac{18}{3}; \frac{17}{4}; \frac{16}{5}; \dots \frac{4}{17}; \frac{3}{18}; \frac{2}{19}; \frac{1}{20}$. Te meklējamais skaitlis atrodas 17 pozīcijā. Atliek saskaitīt iepriekšējo apakšvirkņu elementu kopējo skaitu

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 18 + 19 = 190$$

Tāpēc meklētais skaitlis dotajā virknē atrodas 207 vietā.

5. Aritmētiskajā progresijā ir skaitļi 7, 11, 15, 19, 23, …. Agate saskaitīja šīs virknes visus pirmos 16 skaitļus. Kāda ir šī summa?

Piezīme. Jaunāko klašu skolēni var nezināt šos terminus; kas ir aritmētiskā progresija. Ieteicams viņiem vispirms pajautāt, kādas skaitļu īpašības viņi te saskata, kādas ir sekojošo skaitļu atšķirības. Pēc tam var formulēt progresijas likumu. Tad mācāmies veidot aprēķina formulas.

Atrisinājums. Kad ceturtās klases skolēni ir atraduši virknes veidošanās likumu, tad jāmēģina dotos skaitļus "sašķelt" sastāvdaļās:

7; 11; 15; 19; 23; … = 7; 7+ 4: 7 +4 + 4; 7 + 4 + 4 + 4; …

Tad skaitļu formula ir $7;\ 7+4;\ 7+4\cdot 2;\ 7+4\cdot 3;\ 7+4\cdot 5;...$

Lai atrastu virknes sešpadsmito skaitli, virknes pirmajam skaitlim 15 reizes jāpieskaita 4. Sešpadsmitais skaitlis ir 67. Visu sešpadsmit skaitļu summa ir

$$7\cdot 16+4+4\cdot 2+4\cdot 3+\cdots+4\cdot 15=7\cdot 16+4\cdot(1+2+\cdots+15)=$$

$$=112+4\cdot 120=592.$$

6. Ir doti naturālu skaitļu virknes pirmie divi locekļi. Katru nākamo aprēķina kā iepriekšējo divu virknes locekļu summu. Virknes septītais loceklis ir 28. Kāda varētu būt virknes pirmā locekļa vislielākā iespējamā vērtība?

Atrisinājums. Vismazākais naturālais skaitlis ir 1. Ja pieņem, ka pirmie divi skaitļi ir 1 un 1, tad veidojas sekojoša skaitļu virkne, kuru pazīst kā Fibonači skaitļu virkni:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; …

Te septītais skaitlis ir 13, tas ir, mazāks par doto. No tā secinām, ka pirmie virknes locekļi ir lielāki par 1, varbūt viens no tiem. Te skaitļu nav daudz, tāpēc ir visai vienkārši veikt pilnu variantu pārlasi – aplūkot pirmos divus virknes skaitļus, kuri varētu būt (1; 2), (2; 1); (2; 2),

(1;3), (3; 1), un tamlīdzīgi. Pirmajos gadījumos septītais virknes loceklis ir par mazu, bet aplūkojot gadījumu (3; 2), kur septītais skaitlis ir 31, iznākums ir par lielu. Tad var aplūkot virknītes, kur viens no pirmajiem diviem skaitļiem ir 4 un atrast:

4; 1; 5; 6; 11; 17; 28

Citos gadījumos iznākums ir lielāks.

Var spriest arī citādi:

Skaitlis 28 ir divu naturālu skaitļu summa, kur viens no skaitļiem nevar būt mazāks par 5. Kopumā ir iespējami 10 skaitļu pāri, kuru summa ir 28 un no kuriem neviens nav mazāks par 5:

14 + 14; 15 + 13; 16 + 12; 17 + 11; 18 + 10; 19 + 9; 20 + 8; 21 + 7; 22 + 6; 23 + 5

Šie divi skaitļi ir dotās skaitļu virknes piektais un sestais locekļi, tie nevar būt vienādi saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem. Tāpat arī jāņem vērā, ka virknes locekļi, sākot ar trešo, noteikti veido augošu skaitļu secību. Aplūkosim skaitļus 15 + 13. Tad ceturtais skaitlis ir 2, kas nevar būt (jo mazākais iespējamais ceturtais skaitlis ir atrodams Fibonači virknē un tas ir 3). Aplūkosim 16 + 12. Te ceturtais skaitlis ir 4. seko, ka trešais skaitlis ir 8, tātad lielāks par ceturto virknes locekli – pretruna. Pāris 17 + 11 der (skat. iepriekš). Tālākie skaitļu pāri atkal ir nederīgi, jo neveidojas augoša skaitļu secība.

Atbilde: lielākais iespējamais virknes pirmais skaitlis ir 4.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Domino
27.04.2018

Nodarbības mērķis: aplūkot domino spēles kombinatoriskos veidošanas principus un tās modelēšanas (pārveidošanas) veidus. Skolēniem jāveido kombinatoriski izvietojumi, viņiem jālieto skaitļu summēšanas metodes. Vēlams lietot domino spēles komplektu, lai uzskatāmi izpētītu kauliņu veidošanas īpašības.

Piezīme. Domino kauliņu komplektu sauksim par *n* – komplektu, ja tajā iekļautie kauliņi satur visas pāru kombinācijas no tukša lauciņa līdz pat *n* punktiem.

1. Dots domino 6 – komplekts. Cik kauliņu ir šādā komplektā? Cik kauliņu ir 9 – komplektā?

Atrisinājums. Domino spēles kauliņi satur visus iespējamos skaitļu pārus, ko var izveidot no skaitļiem 0; 1; 2; ,…*n*. Ja n = 6, tad skaitļus var sakārtot pāros, sākot no (0; 0) līdz pat (6; 6). Te izmantoti 7 skaitļi 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Visi dažādie skaitļi veido 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21 skaitļu pāri. Jāpieskaita arī "dubultnieki", pāri, kur ir vienādie skaitļi kā (0; 0), (1; 1), … (6; 6). Domino komplektā ir 28 spēles kauliņi.

9- komplektā izmantoti 10 skaitļi, sākot no 0 līdz 9. Te kauliņu skaits ir visu skaitļu summa no 1 līdz 10, tas ir, 55 kauliņi.

Piezīme. Domino 6 – komplekts ir standarta spēles komplekts un, iespējams, ka daži skolēn jau zina kauliņu skaitu 28. Uzdevuma nolūks ir atklāt kauliņu izveidošanas principus un atcerēties secīgu naturālu skaitļu virknes summēšanas paņēmienus (tabulas veidā ar pilnu pārlasi; ar grafa attēlošanu, izvietojot skaitļus aplī; vai Gausa metodes pielietojumu).

2. Kāda ir kopējā punktu summa uz kauliņiem 6 – komplektā?

Atrisinājums. Katrs skaitlis ir iekļauts pārī ar katru citu skaitli no dotā komplekta, tas nozīmē, ka katrs skaitlis atrodas uz sešiem kauliņiem. Vēl jāpieskaita dubultā kauliņa punktu summa. Tāpēc komplektā katrs skaitlis ir jāieskaita 8 reizes. Kopējā punktu summa ir

$$(0+1+2+3+4+5+6)\cdot 8 = 168$$

Piezīme. Labākai izpratnei var lietot spēles komplektu, sistemātiski izkārtojot visus kauliņus uz galda: vienā rindā visu tos kauliņus, kas satur 0; otrā rindā, sākot no (1; 1) līdz (1; 6); trešā rindā, sākot no (2; 2) un tā izveidot kopumā 7 rindas, kur pēdējā rindā ir viens kauliņš (6; 6). Var izmantot arī citādu punktu skaitīšanas sistēmu.

3. (AMO37) Vairāki domino kauliņi ir salikti rindā viens aiz otra tā, ka katri divi viens otram sekojoši kauliņi saskaras ar pusēm, uz kurām attēlots vienāds punktu skaits. Zīmējumā parādītā rūtiņu virkne attēlo iegūtās domino kauliņu rindas fragmentu: katra rūtiņa atbilst domino kauliņa vienai pusei, bet nav iezīmētas kauliņu robežas. Nosaki, vai punktu skaits rūtiņā „A" var būt vienāds ar punktu skaitu **a)** rūtiņā „B", **b)** rūtiņā „C"!

...			A				B	C			...

Piezīme. Uzdevumu ieteicams risināt zīmējot un analizējot dažādas iespējas.

Atrisinājums. Apskatīsim tādu domino kauliņu virknīti, kas atbilst spēles noteikumiem.
Te ir divas iespējas: 1) pozīcijā A var būt domino kauliņa beigu rūtiņa; 2) pozīcijā A var būt domino kauliņa sākuma rūtiņa.

1) Apskatīsim pirmo iespēju:

...			A				B	C			...

Ja kauliņi ir izvietoti pēc spēles noteikumiem, tad rūtiņā A un tai sekojošā rūtiņā pa labi ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to *. Ja pieņemsim, ka arī B rūtiņā ir tāds pats punktu skaits, tad vienāds punktu skaits būs rūtiņās:

...			*	*			*	*			...

No tā seko, ka vidējās rūtiņās arī ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to #:

...			*	*	#	#	*	*			...

Tas nozīmē, ka divi redzamie vidējie kauliņi ir vienādi. Šāda situācija nav iespējama, jo domino komplekta visi kauliņi ir dažādi.

2) Otrā iespēja parāda sekojošu kauliņu izvietojumu:

...			A				B	C			...

Ja A un B rūtiņās ir vienāds punktu skaits *:

...			*				*	C			...

tad tāds pats punktu skaits būs arī sekojošās rūtiņās:

...		*	*			*	*	C			...

no kurienes, līdzīgi kā iepriekš, secinām, ka virknē pēc kārtas ir novietoti divi vienādi domino kauliņi.

3) Ir iespējams, ka rūtiņās A un C ir vienāds punktu skaits:

...		*	*	&	&	#	#	*	*	$	...

Skaitlisks piemērs, ja pieņem, ka rūtiņā A ir 2 punkti

...	1	2	2	4	4	6	6	2	2	0	...

4. Vai vari salikt ciklā pēc kārtas visus 2 – komplekta domino kauliņus saskaņā ar domino spēles noteikumiem? Vai vari salikt 4 – komplekta visus kauliņus ciklā?

Atrisinājums. Pavisam ir seši 2 - komplekta domino kauliņi, kas kopā pārklātu rūtiņu rāmīša 12 rūtiņas. To var izdarīt visai vienkārši:

0	0	0	1
0			1
2			1
2	2	2	1

4 - komplektā ir 15 kauliņi, tāpēc izveidot rāmīti ir jau sarežģītāk. Aplūkosim visu komplektu:

0 0	1 1	2 2	3 3	4 4
0 1	1 2	2 3	3 4	
0 2	1 3	2 4		
0 3	1 4			
0 4				

Ja izdosies ciklā sakārtot visus tos kauliņus, kuriem abās rūtiņās ir dažāds punktu skaits, tad dubultos kauliņus varēs ievietot starp jebkuriem diviem kauliņiem ar atbilstošo punktu skaitu (piemēram, (0; 0) var izvietot starp kauliņiem (1; 0) (0;3), iegūstot (1; 0) (0; 0) (0; 3)).

Pirmajā kolonā kauliņu skaits, kas satur 0 un vēl citu skaitli, ir 4. Ievērosim, ja izveido vienu pāri, piemēram, (2; 0) (0; 1), tad arī otrs pāris virknē atradīsies blakus. Līdzīgi jāspriež arī par citiem kauliņiem. Sastādīsim virkni, mēģinot panākt, lai tā sākas un beidzas ar to pašu punktu skaitu:

(2; 0) (0; 1) (1; 3) (3; 0) (0; 4) (4; 3) (3; 2) (2; 1) (1; 4) (4; 2)

Tad atbilstošo domino kauliņu ciklu var izvietot rūtiņu taisnstūra ar izmēru 9 x 8 ārējā rāmītī:

2	0	0	0	0	1	1	3	3
2								0
2								0
2								4
4								4
4								3
4								3
4	1	1	1	1	2	2	3	3

5. Pārklāj taisnstūri 3 x 10 lauciņi ar domino 4 – komplekta kauliņiem tā, lai tie veido nepārtrauktu virkni saskaņā ar domino noteikumiem. Atrodi vairākus variantus!

Piezīme. Var izmantot iepriekšējā uzdevumā atrasto domino kauliņu virkni.

Atrisinājuma piemērs (virknes sākuma kauliņš iekrāsots gaiši zilā krāsā, bet beigu kauliņš – gaiši zaļā):

3	1	1	0	0	0	0	4	4	3
1	1	2	2	2	2	0	0	3	3
1	1	4	4	4	4	2	2	3	3

Rēbuss: Redzamās figūras satur tikai punktu skaitu uz katra domino kauliņa kvadrāta. Restaurē domino izklājumu, ja abas figūras izveidotas no visiem domino kauliņiem

1	4	4	4	4	4	0	0
1	2	1	6	6	2	2	4
1	2	0	0	0	6	6	6
5	2	0	2	0	0	2	2
1	3	3	3	3	5	5	5
4	3	3	3	6	6	5	5
4	5	1	1	1	6	5	3

	3	3	1	1	5	5	
	3	3	1	1	5	5	
2	2	4	4	3	3	6	6
2	2	4	4	3	3	6	6
	5	5	6	6	0	0	
	5	5	6	6	0	0	
0	0	1	1	2	2	4	4
0	0	1	1	2	2	4	4

Komentārs. Attēlos redzamajiem rēbusiem ir izklaidējoša nozīme, tie paredzēti brīviem brīžiem, lai trenētu uzmanību. Risinājums sākas, sameklējot kādu unikālu kauliņa novietojumu, tas ir, jāatrod speciāla vieta, kur var novietot tikai vienu noteiktu kauliņu. Tā, piemēram, kauliņu (2; 2) iesākumā var novietot dažādās vietās. Bet kur var novietot kauliņu (5; 0)?