PUNKTIŅA TESTS (B Grupa) Risinājumi
6.04.2018

Piezīme: dažos uzdevumos iespējamas arī divas atbildes

1. Septiņu draugu starpā ir notikušas vairākas telefona sarunas. Izrādās, ka katrs no viņiem ir runājis ar draugiem vienādu skaitu reižu. Cik reižu var būt runājis katrs no viņiem?

1 3 **6** **4**

Atbilde. Katrā sarunā piedalās divi draugi. Ja summē visu draugu visas sarunas, tad šo sarunu kopējam skaitam ir jābūt pāra skaitlim. Tātad katrs ir runājis pāra skaitu reižu (ja saskaita nepāra skaitu nepāra skaitļu, tad summa ir nepāra skaitlis).

2. Galda spēles komplektā ir 100 kauliņi. Sarkano kauliņu ir 3 reizes vairāk nekā melno. Spēles dalībniekiem A un B ir visi sarkanie kauliņi, kur dalībniekam A ir 2 reizes vairāk kauliņu nekā B. Dalībniekiem C un D ir melnie kauliņi, kur D ir par 5 kauliņiem vairāk nekā C. Kāda ir dalībnieku B un D kauliņu skaita starpība?

10 12 15 20

Atrisinājums. Ja sarkano kauliņu ir 3 reizes vairāk nekā melno, tad sarkano kauliņu skaits ir 75, bet melno – 25. Ja A ir 2 reizes vairāk kauliņu nekā B, tad A ir 50 , bet B ir 25 kauliņi. Ja D ir par 5 kauliņiem vairāk nekā C, tad C ir 10, bet D ir 15 kauliņi. B un D kauliņu starpība ir 25 – 15 = 10.

3. Cik ir tādu 4-ciparu skaitļu, kuru ciparu summa ir 5?

24 **35** 30 47

Atrisinājums. Visas ne vairāk kā četru skaitļu summas, kas vienādas ar 5 ir:

5

4 + 1

3 + 2

3 + 1 + 1

2 + 2 + 1

2 + 1 + 1 + 1

Pirmo skaitli var izveidot vienā veidā: 5000

No nākamiem diviem ciparu pāriem var izveidot 6 skaitļus no katra pāra (piemēram: 4100; 4010; 4001; 1400; 1040; 1004).

No cipariem (3; 1; 1) tāpat arī (2; 2; 1) var izveidot 9 dažādus skaitļus no katra komplekta.

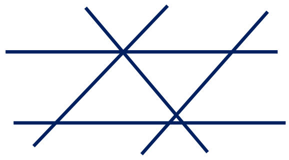
No pēdējās ciparu izlases var izveidot 4 skaitļus. Kopējais skaitļu skaits ir 35.

4. Cik savstarpējus krustpunktus nevar izveidot 5 taisnes?

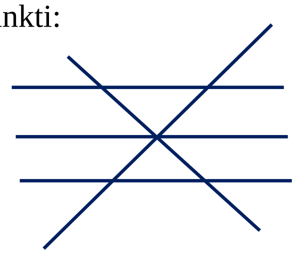
4 5 10 **12**

Atrisinājums. Lielākais krustpunktu skaits, ko var izveidot 5 taisnes radīsies tad, ja katra taisne krustosies ar katru citu taisni: $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10.$ Var būt arī 4 un 5 krustpunkti. Piemēri:

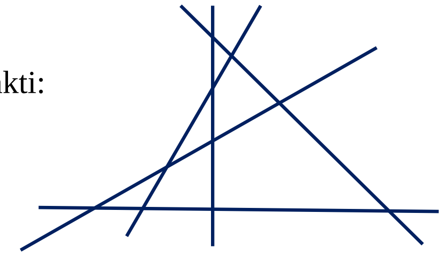
4 krustpunkti:



5 krustpunkti:



10 krustpunkti:



5. Uz galda ir 32 konfektes, kas sadalītas divās kaudzītēs, kur katrā no kaudzītēm ir vairāk par 5 konfektēm. Zane drīkst no jebkuras kaudzītes ņemt tieši 3 konfektes. Viņa var atkārtot gājienus tik ilgi, kamēr vairs nav iespējams izpildīt gājienus. Cik konfektes varētu palikt pāri katrā no kaudzītēm?

0 un 0 **2 un 0** 2 un 2 **1 un 1**

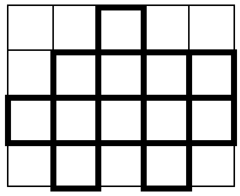
Atrisinājums. Aplūkosim konfekšu sadalījumu divās kaudzītēs un pierakstīsim atlikumus, kādi rodas, ja šos skaitļus dala ar 3:

Konfekšu skaits	Atlikums	Konfekšu skaits	Atlikums
6	0	26	2
7	1	25	1
8	2	24	0
9	0	23	2
10	1	22	1
11	2	21	0
12	0	20	2
13	1	19	1
14	2	18	0

15	0	17	2
16	1	16	1

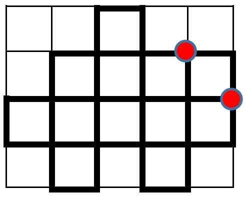
Kaudzītēs atliks 1 un 1 konfekte vai arī neviena un divas.

6. Aplūko figūru: Te vienas rūtiņas mala ir 0,5 cm gara.
Cik garu stiepli vajag, lai izlocītu tumšāk iekrāsoto kontūru?
(stieple nevienā posmā nepārklājas)



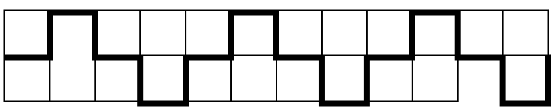
34 cm   **17 cm**   20 cm   Nevar izlocīt

Atrisinājums. Vispirms ir jāpārliecinās, ka doto figūru var uzzīmēt ar vienu vilcienu, neatlaižot zīmuli no papīra. Ja ir ne vairāk kā divi līniju krustpunkti, kuros satiekas nepāra skaits līniju, tad zīmējumu uzzīmēt var:



Zīmējums sākas vienā no sarkanajiem punktiem un beidzas otrā sarkanajā punktā. Tad saskaitām visus horizontālos rūtiņu nogriežņus, visus vertikālos. To kopējais skaits ir 34, tātad nepieciešamais stieples garums ir 17 cm.

7. Lauztā līnija tiek nepārtraukti zīmēta no kreisās puses uz labo (zīmējumā redzams šīs līnijas fragments). Katram lauztās līnijas nogrieznim tiek piekārtots skaitlis; ja nogrieznis ir horizontāls, tam piekārto skaitli 0; ja nogriezni velk vertikāli uz augšu, tad tam piekārto skaitli 2, ja vertikāli uz leju – skaitli (-1). Kāda ir šiem nogriežņiem piekārtoto skaitļu summa, ja horizontālo nogriežņu skaits ir 17?



12   5   **8**   11

Atrisinājums. Ornamenta periods sastāv no 8 nogriežņiem. Viena perioda nogriežņu summa ir nemainīga, tā ir 2 + 2 - 1 - 1 = 2. Vienā periodā ietilpst 4 horizontālie nogriežņi. 17 horizontālo nogriežņu posmā ietilpst 4 pilni periodi, kuru kopējā summa ir 8. Ja uzdevumā ir teikts “17 horizontālie nogriežņi”, tad ornamenta segmentu skaits nav precīzi noteikts. Iespējami ir varianti, ka ornamenta posms sākas vai beidzas ar vertikālu nogriezni. Tad nogriežņu kopējā summa var būt arī 6, 7, 9 vai 10

PUNKTIŅŠ (B grupa) Cenas un nauda
13.04.2018

Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Varim ir 8 monētas, kuru kopīgā summa ir 1.21 eiro. Varis nevar samainīt Irmas vienu eiro sīkāk, viņš nevar samainīt Roberta 50 centus sīkāk, viņš nevar samainīt Ilzes 20 centus sīkāk, nevar arī samainīt sīkāk ne 10, ne 5 centus. Kādas monētas ir Varim?

Atrisinājums. Vispirms jānoskaidro, kādi ir monētu izlases ierobežojumi:

Varim ir ne vairāk kā viena 50 centu monēta (ja ir 2 vai vairāk, tad var samainīt 1 eiro)

Ir ne vairāk kā četras 20 centu monētas,

Nav vienlaikus divas 20 centu un arī viena 10 centu monēta

Nav vienlaikus viena 20 centu un trīs 10 centu monētas

Ir ne vairāk kā viena 10 centu monēta

Ir ne vairāk kā četras 2 centu monētas

Ne vairāk kā četras 1 centa monētas

Nav vienlaikus divas 2centu un viena 1 centa monēta

Nav vienlaikus viena 2centu un trīs 1 centa monētas

Varim varētu būt 1 eiro monēta. Tad septiņu monētu summa ir 21 cents. Apskatīsim mazāko iespējamo monētu izlasi, kur monētu vērtības ir

1; 1; 1; 1; 5; 10; 20, bet šo monētu summa pārsniedz 21 centu. Viena eiro monēta Varim nebūs. Pieņemsim, ka viņam ir 50 centu monēta, tad septiņu atlikušo monētu vērtība ir 71 cents. Seko, ka viena no monētām ir 1 cents, bet, ja nav 1 centu monētas, tad jābūt 5 centu monētai un trim 2 centu monētām.

2. Latviešu valodas skolotājs uzrakstīja uz tāfeles alfabēta burtus: a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, r, s, t, u, v, z. Skolotājs teica, lai bērni no šiem burtiem izveido vārdu. Par katru vārda burtu viņš dos atbilstošu skaitu santīmu, bet maksās tikai par tādu vārdu, kura "cena" būs lielāka par vienu eiro. Burts a maksās 1 centu, b – divus , c – 3, ….. Izveido arī tu šādu vārdu, kas maksātu vairāk par 1 eiro!

Piezīme. Šis ir izklaides uzdevums. Jāņem vērā, ka doti tikai īsie patskaņi un līdzskaņi bez mīkstinājuma. Var būt dažādas atbildes, piemēram, der vārds "HIDROELEKTROSTACIJA", kura "vērtība" ir 198. Var dot arī izaicinošāku uzdevumu – atrast vārdu, kura vērtība ir tieši 100.

3. Ansītis raganas mājiņā atrada 4 kastes ar zelta monētām. Pirmajā kastē bija par 4 monētām vairāk nekā otrajā. Otrajā kastē bija par 1 monētu mazāk nekā trešajā. Bet ceturtajā kastē bija divas reizes vairāk monētu nekā otrajā. Ansītis saskaitīja 70 monētas kopumā. Cik monētu bija katrā kastē?

Atrisinājums.

Der ievērot, ka monētu skaits kastēs ir izteikts attiecībā pret monētu skaitu otrajā kastē, ko apzīmēsim ar x. Tad pirmajā kastē ir $x+4$, monētas; trešajā kastē ir $x+1$ monēta, bet ceturtajā kastē ir $2x$ monētas. Monētu kopējo skaitu var izteikt ar formulu:

$$x + 4 + x + x + 1 + 2x = 70$$

Saīsinot $5x + 5 = 70$, no kurienes atrisinām, ka $x = 13$.

Monētu skaits kastē ir sekojošais: pirmajā kastē ir 17 monētas, otrajā 13, trešajā ir 14 monētas, bet ceturtajā ir 26 monētas.

4. Ir divas 1 centa monētas un divas 2 centu monētas un divas 5 centu monētas un divas 10 centu monētas. Tās saliktas rindā šādi: starp abām 1 centa monētām ir viena cita monēta. Starp abām 2 centu monētām ir 2 monētas, bet starp 5 centu monētām ir 3 citas monētas, starp 10 centu monētām ir 4 citas monētas. Atrodi šo sakārtojumu! Vai vari izveidot līdzīgu sakārtojumu, ja ir arī divas 20 centu monētas?

Atbilde. Monētu sakārtojums ir 10; 1; 5; 1; 2; 10; 5; 2. Līdzīgo sakārtojumu, kur ir arī 20 centu monētas, izveidot nevar (šī daļa ir paredzēta kā izpētes uzdevums, kur tiek analizētas dažādas izvietojuma iespējas un meklētas kopsakarības. Ieteicams sākt ar 20 centu monētu izvietojumu un aplūkot, kādas ir 10 centu izvietojuma iespējas, ja monētas jāizvieto 10 pozīcijās kopumā).

5. Uz galda rindā saliktas vairākas monētas. Trīs ceturtdaļas no tām ir ar ģerboni uz augšu. Dažas monētas pagrieza otrādi. Tagad ir divas piektās daļas monētu ar ģerboni uz augšu. Cik monētu ir rindā, ja dažādi pagriezto monētu skaita starpība ir 4 monētas?

Atrisinājums. Monētu skaitu apzīmēsim ar n. Pēc monētu apgriešanas ir 2/5 daļas monētu ar ģerboni uz augšu un 3/5 daļas ar ģerboni uz leju. To skaita starpība ir

$$\frac{3}{5}n - \frac{2}{5}n = 4,$$

no kurienes aprēķinam, ka monētu skaits ir 20. Iesākumā uz galda bija 15 monētas ar ģerboni uz augšu. Apgrieza 7 monētas.

6. Meistars Āzītis krāsu veikalā pirka divas otas. Kasieris abu otu cenas sareizināja un teica, ka jāmaksā 7 eiro un 20 centi. Āzītis sašutis aizrādīja, ka cena ir jāsummē nevis jāreizina. Kasieris atbildēja, ka nav nekāda starpība – saskaitīt vai reizināt. Cik maksāja otas?

Atrisinājums. Izteiksim otas cenu centos: $\overline{abc}$. Abu otu cena ir 720 centi, kas nozīmē, ka vismaz vienas otas cena ir izsakāma kā trīsciparu skaitlis. Apskatīsim, kāpēc tā ir, aplūkosim divus lielākās iespējamās cenas, kuras mazākas par 1 eiro un sareizināsim tās:

$$0{,}99 \cdot 0{,}99 = 0{,}9801$$

Izdarām divus secinājumus, 1) skaitļu reizinājums ir mazāks par 1 (reizinājums nesasniegs 7 eiro 20 centi); 2) sareizinot divus decimālskaitļus, kuriem ir 2 cipari aiz komata, iegūstam skaitli, kuram ir 4 cipari aiz komata. No tā secinām, ka abu otu cenu reizinājums varētu būt 7,2000. Tāpēc aplūkosim skaitli 72000 un sadalīsim to pirmreizinātajos:

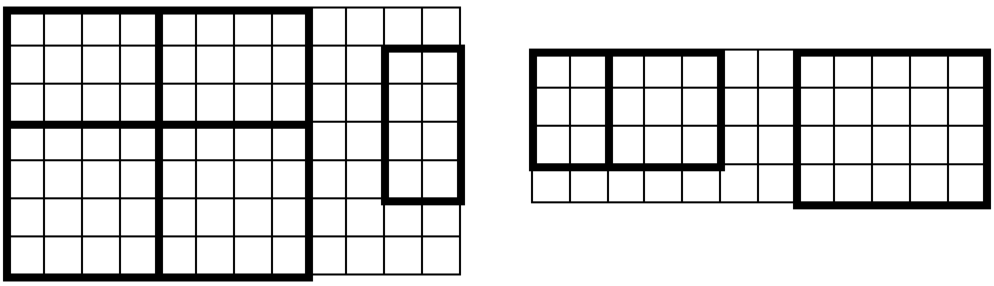
$$72000 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

Tālākais darbs ir tīri kombinatorisks – sadalīt šos 8 pirmreizinātājus divās grupās atbilstoši uzdevuma nosacījumiem. Variantu pārlasi var samazināt, piemēram, ievērojot, ka vienā no skaitļiem nevar būt vienlaikus visi trīs reizinātāji 5. Tad viena skaitļa reizinātāji ir

$5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 600$, bet otra skaitļa reizinātāji ir $5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 120$.

Viena ota maksāja 6 eiro, bet otra 1,2 eiro.

7. Meistars Ūpis devās uz veikalu pirkt logus mājas remontam. Katra loga cena bija summa no izmantotā stikla un logu rāmja cenas. Cik maksā 1 dm^2 stikla un 1 dm rāmja? Kura loga cena ir aprēķināta nepareizi?



1460 Eiro 320 Eiro 580 Eiro 560 Eiro

Atrisinājums. Apzīmēsim stikla rūts cenu ar x, bet loga rāmja 1 vienību ar y. Saskaitīsim, cik rūtis ir katram logam, un cik vienību ir rāmja kopgarums katram logam un pielīdzināsim to ar cenu:

$56x + 45y = 1460$

$8x + 12y = 320$

$15x + 19y = 580$

$20x + 18y = 560$

Otrā loga cenu pareizināsim ar 7, tad $56x + 84y = 2240$. Aprēķināsim šīs cenas un pirmā loga cenas starpību

$$56x + 84y = 2240$$

$$56x + 45y = 1460$$

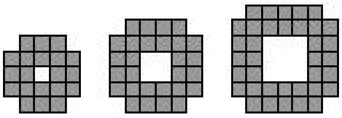
Starpība ir 780 eiro. No dotā redzams, ka tik maksā $84 - 45 = 39$ vienības logu rāmja. Tāpēc 1 dm rāmja maksā $780 : 39 = 20$ eiro. Aprēķinām, ka loga rūts jeb 1 dm^2 maksā 10 eiro.

Pārbaudām trešā loga cenu: $15 \cdot 10 + 19 \cdot 20 = 150 + 380 = 530$ eiro. Līdzīgi var pārbaudīt, ka ceturtā loga cena atbilst. Tāpēc trešā loga cena norādīta nepareizi.

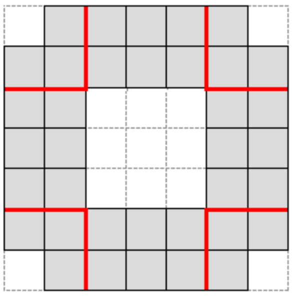
PUNKTIŅŠ (B grupa) Skaitļu virknes
20.04.2018

Īsi risinājumi un komentāri

1. **1.** No cik kvadrātiņiem būs konstruēta simtā figūra?



Atrisinājums. Te iespējami dažādi risinājuma veidi. Viens no vienkāršākiem veidiem ir aplūkot stūra konfigurācijas no 3 kvadrātiņiem un blokus no *(n - 4) x 2* kvadrātiņiem, ja figūras platums ir *n*:

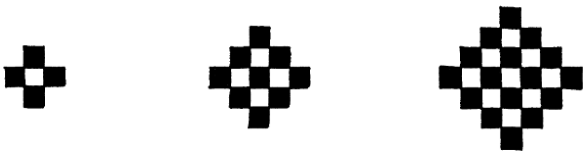


Attēlā redzamās figūras kvadrātiņu skaits ir 3 x 4 + 6 x 4 = 36.

Pirmās figūriņas platums ir 5 kvadrātiņi, otrās figūras platums ir 6, bet trešās 7 kvadrātiņi. Tātad figūru platums virknē palielinās par 1. no tā var aprēķināt, ka 100-tās figūras platums ir 104 kvadrātiņi. Tajā viena bloka platums ir 100, tad kvadrātiņu skaits šajā figūrā ir

3 x 4 + 100 x 2 x 4 = 812.

2. Šajā attēlā doti ornamenti, kur horizontālā diagonālē ir 3, 5 un 7 kvadrātiņi atbilstoši. Ievēro, ka pirmajā attēlā kopumā ir 5 kvadrātiņi – 4 melni un 1 balts. Cik kopumā kvadrātiņu būs ornamentā, kura horizontālajā diagonālē ir 111 kvadrātiņi?



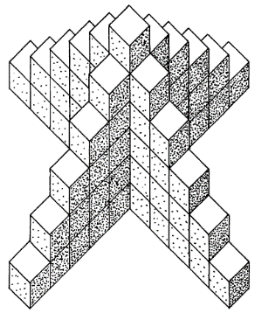
Ieteikums. Vienas figūras attēlu vajag "pagriezt", tas ir, ievērot, ka figūra ir kvadrāts. Tā, piemēram, trešajā figūrā ir 4 x 4 melnie kvadrātiņi un 3 x 3 baltie.

Atrisinājums. *n*-tās figūras diagonāle satur *n* baltus un *n* + 1 melnus kvadrātiņus. 11-tā figūra satur 55 baltus un 56 melnus kvadrātiņus. Šajā figūrā ir 56 x 56 + 55 x 55 = 6161 kvadrātiņi.

3. Aplūko figūru. Cik kubiņi būtu vajadzīgi, lai šāda veida figūru uzkonstruētu augstumā 1 vai 2, vai 3? Cik kubiņi vajadzīgi, lai uzkonstruētu figūru augstumā 20?

Atrisinājums. Figūras kubiņu skaits vienā spārnā ir secīgu naturālu skaitļu summa 1 + 2 + 3 + … + n = n (n+1)/2. 20-tās figūras spārna augstums ir 19. Figūrai ir 4 spārni un vidējais tornis, tāpēc kubiņu skaits ir

$$20+4\cdot\frac{19(19+1)}{2}= 20 + 2\cdot 19\cdot 20=20\cdot(1+38)=780$$



Figūra augstumā 1 satur tikai 1 kubiņu, augstumā 2 satur 6 kubiņus, augstumā 3 satur 15 kubiņus.

4. Dota skaitļu virkne 2; 5; 14; 41; 122; 365; ….
Atrodi virknes astotā locekļa aprēķināšanas likumu!

Atrisinājums. Virknes locekļi samērā strauji palielinās. Te jāatrod likumsakarība, kā no viena virknes elementa var iegūt nākamo:

$$5=2\cdot 2+1;\ \ 14= 5\cdot 2+4;\ \ 41= 14\cdot 2+13; \ldots$$

Šis virknes locekļus var aprēķināt rekursīvi, tas ir, pakāpeniski:

$$a_n=2\cdot a_{n-1}+a_{n-1}-1=3\cdot a_{n-1}-1$$

Virknes septītais loceklis ir $3\cdot 365-1=1094$, bet astotais virknes loceklis ir

$$3\cdot 1094-1=3281$$

5. Dota skaitļu virkne

$$\frac{1}{1};\frac{2}{1};\frac{1}{2};\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3};\frac{4}{1};\frac{3}{2};\frac{2}{3};\ldots$$

Kāds kārtas numurs šajā virknē ir skaitlim $\frac{4}{17}$?

Atrisinājums. Vispirms jāaplūko dotā skaitļu virkne, lai saprastu, pēc kāda likuma tā ir konstruēta. Dažkārt skaitļu virknes, kas dotas saucējā un skaitītājā, ieteicams aplūkot atsevišķi. Saucējā redzamie skaitļi veido virkni 1; 1; 2; 1; 2; 3; 1; 2; 3; …. Saliksim šos skaitļus iekavās:

(1); (1; 2); (1; 2; 3; …); … = (1); (1; 2); (1; 2; 3; 4); (1; 2; 3; 4; 5);…. Savukārt skaitītajā šie skaitļi ir atbilstoši sakārtoti otrādā secībā. Tāpēc skaitlis $\frac{4}{17}$ daļas atrodas tajā apakšvirknē, kur ir vismaz 17 skaitļi. Ievērojot, ka skaitītājā ir skaitlis 4, secinām, ka skaitlis 17 ir ceturtais no beigām. Šo apakšvirkni veido skaitļi $\frac{20}{1};\frac{19}{2};\frac{18}{3};\frac{17}{4};\frac{16}{5};\ldots\frac{4}{17};\frac{3}{18};\frac{2}{19};\frac{1}{20}$. Te meklējamais skaitlis atrodas 17 pozīcijā. Atliek saskaitīt iepriekšējo apakšvirkņu elementu kopējo skaitu

$$1+2+3+\cdots+18+19=190$$

Tāpēc meklētais skaitlis dotajā virknē atrodas 207 vietā.

6. Aritmētiskajā progresijā ir skaitļi 7, 11, 15, 19, 23, …. Agate saskaitīja šīs virknes visus pirmos 100 skaitļus. Kāda ir šī summa?

Atrisinājums. Virknes skaitļi veidojas pēc likuma 7; 7 + 4; 7 + 8; 7 + 12;…

$$a_n = 7 + 4 \cdot (n - 1)$$

Visu 100 skaitļu summa:

$$7 + (7 + 4) + (7 + 4 \cdot 2) + (7 + 4 \cdot 3) + \cdots + (7 + 4 \cdot 99) == 7 \cdot 100 + 4 \cdot (1 + 2 + \cdots + 99)$$
$$= 700 + 4 \cdot \frac{(1 + 99) \cdot 99}{2} == 700 + 2 \cdot 100 \cdot 99 = 20500$$

7. Ir doti naturālu skaitļu virknes pirmie divi locekļi. Katru nākamo aprēķina kā iepriekšējo divu virknes locekļu summu. Virknes septītais loceklis ir 2018. Kāda varētu būt virknes pirmā locekļa vislielākā iespējamā vērtība?

Atrisinājums. Apskatīsim skaitļu virknes veidošanas principu. Trešo virknes locekli aprēķina

$$a_3 = a_1 + a_2$$

Ceturto virknes locekli aprēķina kā iepriekšējo divu skaitļu summu

$$a_4 = a_2 + a_3 = a_2 + a_1 + a_2 = a_1 + 2a_2$$

Līdzīgi

$$a_5 = a_3 + a_4 = 2a_1 + 3a_2$$

tāpat

$$a_6 = 3a_1 + 5a_2$$

$$a_7 = 5a_1 + 8a_2$$

Tad

$$5a_1 = 2018 - 8a_2$$

Virknes pirmā skaitļa vērtība būs vislielākā, ja otrais skaitlis būs pēc iespējas vismazākais, tas ir skaitlis 1. Aprēķinām, ka skaitlis $a_1 = 402$.

8. Skaitļu virknes pirmie divi locekļi ir 2018 un 2017. Katru nākamo aprēķina kā divu iepriekšējo locekļu starpības moduli. Kāds kārtas numurs šajā virknē būs skaitlim 2000?

Atrisinājums. Uzrakstīsim dažus pirmos virknes locekļus:

2018; 2017; 1; 2016; 2015; 1; 2014; 2013; 1; 2012; …..

Šajā virknē katrs trešais skaitlis ir skaitlis 1, un katrā skaitļu trijniekā ir divi pēc kārtas sekojoši skaitļi: $2n$ un $2n - 1$. No skaitļa 2018 līdz skaitlim 2001 veidojas 9 skaitļu pāri, virknē tie ietilpst kopumā deviņos trijniekos: ($2n$; $2n - 1$; 1). Šie trijnieki ietver 27 skaitļus, tāpēc skaitlim 2000 ir 28. kārtas numurs.

PUNKTIŅŠ (B grupa) Domino
27.04.2018

Īsi atrisinājumi un komentāri

Piezīme. Domino kauliņu komplektu sauksim par n – komplektu, ja tajā iekļautie kauliņi satur visas pāru kombinācijas no tukša lauciņa līdz pat n punktiem.

1. Cik kauliņu ir 9 – komplektā?

Atrisinājums. Domino komplektā ietilpst kauliņi, sākot no (0; 0) līdz (9; 9). Katrs skaitlis no 0 līdz 9 komplektā veido pāri ar katru no 10 dotiem skaitļiem. Kauliņu skaits ir visu naturālo skaitļu summa no 1 līdz 10, tātad 55.

2. Kāda ir kopējā punktu summa uz kauliņiem 9 – komplektā?

Atrisinājums. Katrs skaitlis pilnā komplektā sastopams 11 reizes. Visu skaitļu summa no 0 līdz 9 ir 45. Visu komplektā iekļauto kauliņu punktu summa ir $45 \cdot 11 = 495$

3. (AMO37) Vairāki domino kauliņi ir salikti rindā viens aiz otra tā, ka katri divi viens otram sekojoši kauliņi saskaras ar pusēm, uz kurām attēlots vienāds punktu skaits. Zīmējumā parādītā rūtiņu virkne attēlo iegūtās domino kauliņu rindas fragmentu: katra rūtiņa atbilst domino kauliņa vienai pusei, bet nav iezīmētas kauliņu robežas. Nosaki, vai punktu skaits rūtiņā „A" var būt vienāds ar punktu skaitu **a)** rūtiņā „B", **b)** rūtiņā „C"!

...			A				B	C			...

Atrisinājums. Apskatīsim tādu domino kauliņu virknīti, kas atbilst spēles noteikumiem.

Te ir divas iespējas: 1) pozīcijā A var būt domino kauliņa beigu rūtiņa; 2) pozīcijā A var būt domino kauliņa sākuma rūtiņa.

1) Apskatīsim pirmo iespēju:

...			A				B	C			...

Ja kauliņi ir izvietoti pēc spēles noteikumiem, tad rūtiņā A un tai sekojošā rūtiņā pa labi ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to *. Ja pieņemsim, ka arī B rūtiņā ir tāds pats punktu skaits, tad vienāds punktu skaits būs rūtiņās:

...			*	*			*	*			...

No tā seko, ka vidējās rūtiņās arī ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to #:

...			*	*	#	#	*	*			...

Tas nozīmē, ka divi redzamie vidējie kauliņi ir vienādi. Šāda situācija nav iespējama, jo domino komplekta visi kauliņi ir dažādi.

2) Otrā iespēja parāda sekojošu kauliņu izvietojumu:

...			A				B	C			...

Ja A un B rūtiņās ir vienāds punktu skaits *:

...			*				*	C			...

tad tāds pats punktu skaits būs arī sekojošās rūtiņās:

...		*	*			*	*	C			...

no kurienes, līdzīgi kā iepriekš, secinām, ka virknē pēc kārtas ir novietoti divi vienādi domino kauliņi.

3) Ir iespējams, ka rūtiņās A un C ir vienāds punktu skaits, piemēram:

...	1	2	2	4	4	6	6	2	2	0	...

4. Vai vari salikt ciklā pēc kārtas visus 4 – komplekta domino kauliņus saskaņā ar domino spēles noteikumiem? Vai vari salikt 5 – komplekta visus kauliņus ciklā?

Atrisinājums. Domino kauliņus no 4 – komplekta salikt var. Piemēram:

2	0	0	0	0	1	1	3	3
2								0
2								0
2								4
4								4
4								3
4								3
4	1	1	1	1	2	2	3	3

Savukārt visus 5 – komplekta kauliņus ciklā (un pat virknē) salikt nevar. Pietiek aplūkot vienu no sešiem dotiem skaitļiem, piemēram, 2. Kauliņu skaits, kuros ir sastopami 2 punkti, kopumā ir 6. Viens no kauliņiem ir "dubultnieks" (2; 2), to var ielikt starp jebkuru pāri (x; 2) (2; y). Atliek 5 kauliņi, kur vienā rūtiņā ir 2 punkti, bet otrā rūtiņā ir atšķirīgs punktu skaits. Piecus kauliņus nevar sadalīt pa pāriem, ciklu no visiem kauliņiem izveidot nevar.

5. Saliekot blakus divus domino kauliņus, iegūst četrciparu skaitli. No četriem domino kauliņiem izveido divus četrciparu skaitļus, kuru summa ir desmit tūkstoši!

Atrisinājums. Četrciparu skaitļu pēdējo ciparu summa var būt tikai 5 + 5 vai 6 + 4. Pārējo 3 ciparu summa pa pāriem veidos skaitli 9. To var sastādīt saskaitot 9 = 6 + 3 = 5 + 4. Tie kauliņi, no kuriem varēs izveidot prasītos četrciparu skaitļus ir (6; 6), (6; 5), (6; 4), (6; 3), (5; 5), (5; 4), (5; 3), (4; 4), (4; 3), (3; 3). Ir iespējami vairāki atrisinājumi, piemēram:

	3	5	6	6
+				
	6	4	3	4
1	0	0	0	0

6. No sešiem domino kauliņiem izveido divus četrciparu skaitļus un to summu no atlikušiem diviem domino kauliņiem. Kādus divus "visgarākos" skaitļus (kuriem ir vislielākais iespējamais ciparu skaits) un to summu vari izveidot no domino kauliņiem?

Atrisinājuma ideja. Pirmo piemēru - izveidot no četriem kauliņiem divus 4 – ciparu skaitļus un arī to četrciparu summu - var vienkārši.

Veidojot "garos" skaitļus, var mēģināt izveidot divus saskaitāmos katru no 9 kauliņiem un arī to summu no 9 kauliņiem, izmantojot 27 domino kauliņus. Var izveidot divus 18 ciparu skaitļus, kurus saskaita., piemēram, atliekot sāņus kauliņu (0; 0), var visus citus domino kauliņus sadalīt pa trim, kur divi kauliņi veido trešā kauliņa punktu summu. Jāievēro, ka visu punktu summa ir 168. To kauliņu punktu kopējais skaits, kuri būs divu "garo" skaitļu summa, ir puse no 168, tas ir 84.

Viens no piemēriem:

	1	0	2	0	1	2	3	1	4	2	0	4	3	2	6	1	4	4
+	5	2	1	4	5	1	2	2	0	3	6	0	3	3	0	5	1	1
	6	2	3	4	6	3	5	3	4	5	6	4	6	5	6	6	5	4

Komentārs. Nevar izveidot tādu divcipara skaitļu summu, izmantojot 3 domino kauliņus, kur viens no saskaitāmajiem ir kauliņš (0; 0), jo tad būtu nepieciešami divi vienādi kauliņi:

	a	b	c	d
+				
	0	0	0	0
	a	b	c	d

Kauliņu (0; 0) varētu izmantot tikai kā divu skaitļu summas fragmentu, kas iegūts ar pārnesuma palīdzību (līdzīgi kā iepriekšējā uzdevumā iegūst summā skaitli 10000). Te *izaicinājums:* vai vari sastādīt divu 18 ciparu skaitļu summu, izmantojot visus domino kauliņus, kur summas skaitļa pirmais cipars ir 1, izmantojot kauliņu (0; 1) summas kauliņu virknes kreisajā pusē?

Rēbuss: Redzamās figūras satur tikai punktu skaitu uz katra domino kauliņa kvadrāta. Restaurē domino izklājumu, ja abas figūras izveidotas no visiem domino kauliņiem

Piezīme: rēbuss paredzēts kā izklaidējošs uzdevums brīviem brīžiem.

1	4	4	4	4	4	0	0
1	2	1	6	6	2	2	4
1	2	0	0	0	6	6	6
5	2	0	2	0	0	2	2
1	3	3	3	3	5	5	5
4	3	3	3	6	6	5	5
4	5	1	1	1	6	5	3

	3	3	1	1	5	5	
	3	3	1	1	5	5	
2	2	4	4	3	3	6	6
2	2	4	4	3	3	6	6
	5	5	6	6	0	0	
	5	5	6	6	0	0	
0	0	1	1	2	2	4	4
0	0	1	1	2	2	4	4