

Punktiņš. Ziemassvētku ātrumsacensības

13.12.2019

Atrisinājumi

Uzdevumi:

1. Mans dēls pēc diviem gadiem būs divas reizes vecāks, nekā bija pirms diviem gadiem. Mana meita pēc trīs gadiem būs trīs reizes vecāka, nekā bija pirms trim gadiem. Kurš no maniem bērniem ir vecāks?

Atrisinājums. Dēla vecumu apzīmēsim ar x . Pirms diviem gadiem viņam bija $x - 2$ gadi, pēc diviem gadiem viņam būs $x + 2$ gadi. Atbilstoši uzdevuma pirmajam teikumam sastādām vienādojumu un atrisinām to:

$$x + 2 = 2(x - 2)$$

$$x + 2 = 2x - 4$$

$$x = 6$$

Līdzīgi atrisinām uzdevumu par meitas vecumu:

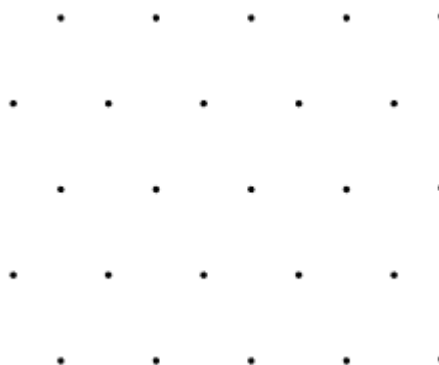
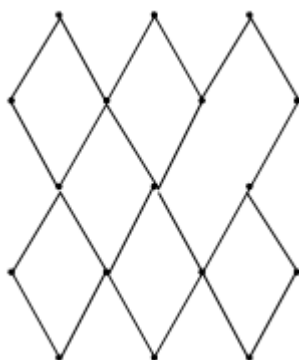
$$y + 3 = 3(y - 3)$$

$$y + 3 = 3y - 9$$

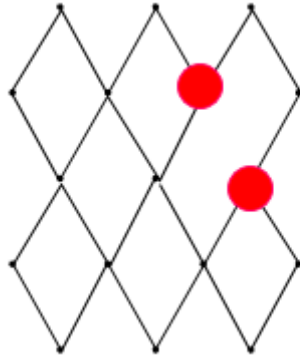
$$y = 6$$

Meita un dēls ir dvīņi.

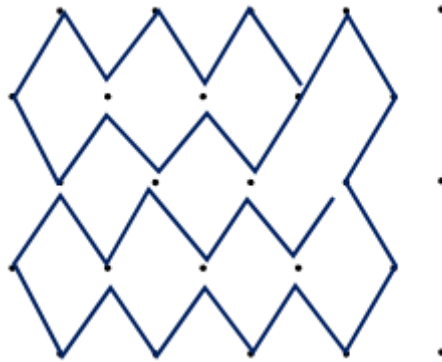
2. Uzzīmē šo figūru ar vienu vilcienu, neatņemot zīmuli no papīra. Nevienu līniju nedrīkst zīmēt divreiz. Atzīmē, no kura punkta sākas līnija un kurā punktā beidzas.



Atrisinājums. Ar vienu vilcienu katrā zīmējuma krustpunktā ir “jāieiet” un no tā “jāiziet”, lai turpinātu zīmējumu. Tas nozīmē, ka katrā krustpunktā “satiekas” divi vai četri nogriežņi. Izņēmums ir tie punkti, kuros sāk un beidz zīmēt līniju – jāmeklē tie punkti, kuros “satiekas” 3 nogriežņi:



Nepārtraukto līniju var novilkt dažādos veidos, piemēram:



3. Aprēķini prātā!

$$2145 - 126 =$$

$$14 \cdot 7 + 4 \cdot 98 =$$

$$5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 100 =$$

Atrisinājums. Pirmajā piemērā var ievērot, ka simti sāsinās, tāpēc prātā no 45 jāatņem 26, tad iznākums ir 2019

Otrajā piemērā vajag pamanīt, ka $98 = 7 \cdot 14$. Kopīgo reizinātāju var iznest pirms iekavām

$$14(7 + 4 \cdot 7) = 14 \cdot 35 = 420 + 70 = 490$$

Trešajā piemērā var iznest pirms iekavām 5, tad iekavās ir summa $1 + 2 + \dots + 20$, ko var aprēķināt pēc formulas

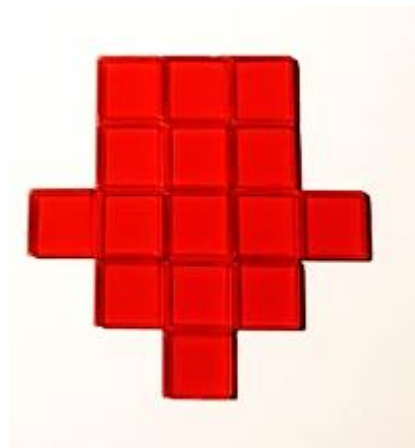
$$\frac{(1 + 20) \cdot 20}{2} = 21 \cdot 10 = 210$$

Pareizinot ar 5, iegūst 1050.

4. Saliec simetrisku figūru no dotajām detaļām!

Piezīme: te katrai komandai tiek izdalītas 3 atbilstošas dažādas formas pentamīno figūras. Simetrija var būt aksiālā vai centrālā.

Piemēri:

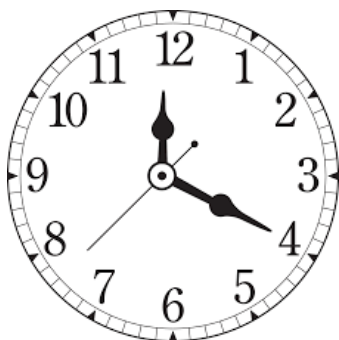


5. Rindā viens aiz otra bez tukšumiem ir uzrakstīti pēc kārtas sekojoši naturāli skaitļi no 1 līdz N , tādējādi veidojot vienu lielu skaitli (Piemēram, ja $N = 12$, tad ir uzrakstīts skaitlis 123456789101112.). Kāds ir mazākais iegūtais skaitlis, kas dalās ar 8?

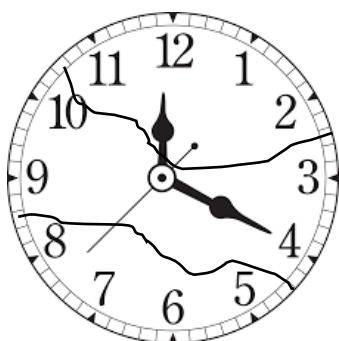
Atrisinājums. Ja skaitlis dalās ar 8, tad tas ir pārskaitlis. Ievērojam arī, ka skaitlis dalās ar 8, ja 3 pēdējie cipari veido trīsciparu skaitli, kas dalās ar 8. Aplūkojam virknītes 234; 456; 678; 910; 112; 314 Pirmais no šiem skaitļiem, kas dalās ar 8, ir 112 ($112 : 8 = 14$), tāpēc virknīte ir

123456789101112

6. Vecā pulksteņa plaisas sadalīja ciparnīcu 3 daļās. Izrādījās, ka katrā daļā skaitļu summa ir viena un tā pati. Kādā veidā ciparnīca varēja būt ieplaisājusi?



Atrisinājums. Atrodam visu skaitļu summu $1 + 2 + 3 + \dots + 12 = 78$. Katra ciparnīcas daļa satur skaitļus, kuru summa ir trešā daļa no 78, tas ir, 26. Pievēršam uzmanību lielākajiem skaitļiem 10, 11, 12. Tie nevar būt visi vienā daļā, jo to summa ir 33. Vienā daļā varētu būt 11, 12, 1, 2. Pārējās divas daļas nebūs skaitļi pēc kārtas, jo summa no 3, 4, 5, 6, 7 ir par mazāka par 26, bet skaitļu summa 3, 4, 5, 6, 7, 8 ir lielāka par 26. Summu 26 var iegūt no skaitļiem 10, 9, 3, 4. Pulkstenis varēja būt ieplaisājis šādi:



7. Uz rūtiņu lapas uzzīmē astoņstūri, kura malas iet pa rūtiņu līnijām un to garumi pēc kārtas ir 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 rūtiņas!

Atrisinājums. Lai varētu izveidot slēgtu līniju, starp dotajiem skaitļiem izvietosim + un – zīmes tā, lai summā būtu 0:

$$3 + 4 - 5 - 6 - 7 - 8 + 9 + 10 = 26 - 26 = 0$$

Tad no izvēlētā rūtiņu līniju krustpunkta vilksim nogriežņus sekojošā veidā – ja nogriežņa garums izteiksmē atzīmēts ar + zīmi, tad šos nogriežņus vilksim pa labi vai uz augšu, bet, ja ar – zīmi, tad vilksim tos pa kreisi vai uz leju. Zīmējums būs tāds:

