Punktiņš. (A grupa) Reiz kādā karaļvalstī…
1.11.2019

Nodarbības mērķis: Iepazīties ar loģikas uzdevumiem, mācīties izdarīt loģiskus spriedumus; konstruēt tabulas un shēmas.

1. Dārzā rotaļājās princeses Mirdza, Anna un Roze. Viņām līdzi bija lode, riņķis un dambrete. Priekšmeti bija gatavoti no zelta, no sudraba, vai koka. Annai nepatika ne zelts, ne sudrabs, toties Rozei vienmēr vajadzēja visdārgākās rotaļlietas. Mirdzai patika galda spēles, bet Annai bija apnicis rotaļāties ar riņķi. No kādiem materiāliem bija pagatavoti priekšmeti un kurš priekšmets bija katrai princesei?

Atrisinājums. Uzdevumu vieglāk atrisināt, ja izveido tabulu un pakāpeniski to aizpilda. Ar krustiņu apzīmēsim pareizus faktus, ar mīnusu – tos gadījumus, kuri neizpildās.

Atzīmēsim, kādi materiāli Annai nepatika, ar ko viņa nerotaļājās. Rozes rotaļlieta bija no zelta; Mirdzai patika domāt, tātad viņai varēja būt līdzi dambrete.

	Anna	Mirdza	Roze
zelts	-		+
sudrabs	-		
koks			
lode			
riņķis	-		
dambrete		+	

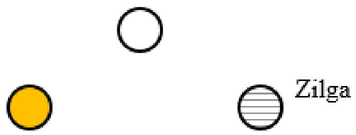
No dotā seko, ka Annas rotaļlieta bija no koka, tad Mirdzas dambrete bija no sudraba figūrām. Ja Mirdzai bija dambrete un Annai nepatika riņķis, tad viņai bija lode, bet Rozei zelta riņķis. Tātad lode bija no koka.

	Anna	Mirdza	Roze
zelts	-	-	+
sudrabs	-	+	-
koks	+		-
lode	+		
riņķis	-		+
dambrete		+	

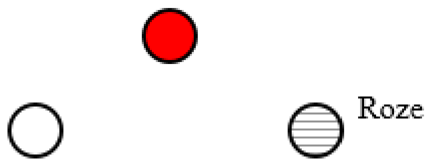
2. Pie princesēm (skat. 1. uzdevumu) viesos ieradās princese Zilga. Visas četras meitenes sastājās aplī un salīdzināja savus tērpus. Viņām bija sārts, zeltains, balts un zils tērps. Princesei, kurai bija balts tērps, blakus abās pusēs stāvēja Zilga un princese ar zeltainu tērpu. Princesei ar sārto tērpu blakus stāvēja Roze un baltā tērpā tērptā princese otrā pusē. Mirdzai nebija ne balts, ne zils tērps. Kādās kleitās bija tērptas princeses un kādā secībā viņas stāvēja aplī?

Atrisinājums. Šo uzdevumu var risināt shematiski. Vispirms centīsimies attēlot dotās situācijas.

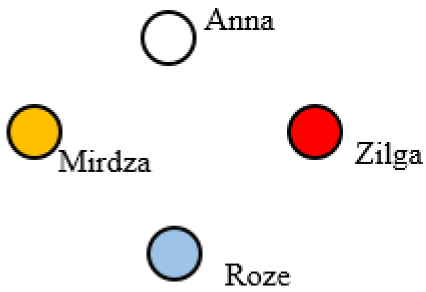
“Princesei, kurai bija balts tērps, blakus abās pusēs stāvēja Zilga un princese ar zeltainu tērpu”:



“Princesei ar sārto tērpu blakus stāvēja Roze un baltā tērpā tērptā princese otrā pusē”:



No abām shēmām seko, ka Zilgai bija sārtais tērps. Mirdzai nebija ne balts, ne zils tērps, tātad viņai bija zeltainais tērps, bet Rozei - zilas. Baltajā tērpā bija Anna:



3. Lielajā ballē visi dejoja polonēzi. Viens aiz otra nāca 5 prinči. Pērs nebija pēdējais un nebija blakus Jānim. Ādolfs nāca pirms Magnusa. Ruperts nebija blakus ne Magnusam, ne Pēram, ne Jānim. Kādā secībā viņi nāca?

Atrisinājums. Izpētīsim teikumu: “Ruperts nebija blakus ne Magnusam, ne Pēram, ne Jānim.”

Katram princim, kurš ir virknes vidū, blakus ir divi citi prinči, bet Rupertam blakus var būt tikai viens princis – Ādolfs. Tātad Ruperts ir pirmais vai pēdējais. Ja Ruperts ir pēdējais, tad tieši pirms viņa ir Ādolfs. Tā ir pretruna ar to, ka Magnuss nāk pēc Ādolfa. Tātad Ruperts ir pirmais princis, bet Ādolfs – otrais. Pērs nebija pēdējais un nebija blakus Jānim. Tātad prinči nāca šādā secībā:

Ruperts, Ādolfs, Pērs, Magnuss, Jānis

4. Trijās aizvērtās kastītēs ir lodītes – vienā ir divas zelta lodītes, otrā ir divas sudraba lodītes, bet trešajā ir viena zelta un viena sudraba lodīte. Katrai kastītei bija piestiprināts uzraksts par to, kas šajā kastītē atrodas. Burve Asnate ir samainījusi uzrakstus uz kastītēm, visi uzraksti ir melīgi. Emīlijai ir atļauts no jebkuras kastītes neskatoties paņemt vienu lodīti un tad nolikt to atpakaļ. Cik lodītes viņai jāizņem, lai noskaidrotu, kādas lodītes kurā kastītē atrodas?

Atrisinājums. Padomāsim, kādi varētu būt melīgie uzraksti uz kastītēm.

Ir tikai divas dažādas iespējas, kā pieliktas zīmītes:

Kas atrodas kastītē	○ ○	● ●	○ ●
Melīgā zīmīte	○ ●	○ ○	● ●

Vai:

Kas atrodas kastītē	○ ○	● ●	○ ●
Melīgā zīmīte	● ●	○ ●	○ ○

Emīlija var izdomāt, ka kastītei, kurā ir abas vienādas lodītes, noteikti piestiprināta zīmīte, ka tur abas ir dažādas lodītes. No šīs kastītes Emīlija izņem vienu lodīti. Ja tā ir sudraba, tad šajā kastītē abas ir sudraba lodītes. Ja tā ir zelta lodīte, tad šajā kastē abas ir zelta lodītes. Aplūkosim pirmo gadījumu. Atradām divas sudraba lodītes. Kastītē, kur zīmīte par divām sudraba lodītēm, abas ir zelta lodītes. Ja tajā gadītos divas dažādas lodītes, tad trešā zīmīte vairs nebūtu melīga. Tāpēc trešajā kastītē, kur zīmīte norāda par divām zelta lodītēm, ir dažādas lodītes.

Līdzīgi spriež par otru gadījumu.

5. Ķēniņš nolēma pārbaudīt savus padomniekus Āronu un Venzelu. Viņš katram iedeva kartīti ar naturālu skaitli tā, lai padomnieki redzētu tikai katrs savu kartīti, un pateica, ka skaitļi atšķiras par 1. Ķēniņš uzdeva jautājumu Āronam: “Kāds skaitlis ir Venzelam?” Ārons atbildēja, ka nezina. Tad jautāja Venzelam: “Kāds ir Ārona skaitlis?” Arī Venzels nezināja. Ķēniņš vēlreiz jautāja Āronam: “Vai tagad zini Venzela skaitli?” Ārons nezināja, bet Venzels teica, ka tagad viņš zina. Kādi skaitļi bija uz kartītēm?

Atrisinājums. Pirmais atbildēja Ārons. Ja viņam būtu skaitlis 1, tad viņš zinātu, ka Venzelam ir skaitlis 2. Tāpēc Āronam nav skaitlis 1. Ja Venzelam būtu skaitlis 2, tad tagad jau viņš zinātu, ka Āronam ir 1. Tātad Venzelam nav 2. Ārons šo spriedumu arī būtu jau izdomājis un zinātu, kāds skaitlis ir Venzelam, ja pašam būtu 3. Tātad Āronam nav skaitlis 3. Ja Venzels tagad varēja pateikt, kāds ir Ārona skaitlis, tātad viņam bija skaitlis 3, bet Āronam 4.

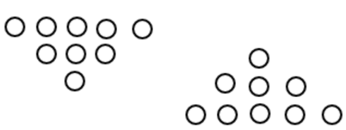
Punktiņš. (A grupa) Podziņas

8.11.2019

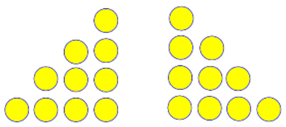
Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu telpisko iztēli, ievērojot konfigurāciju kopīgās un atšķirīgās īpašības; konstruēt konfigurācijas kombinējot tās ar aritmētiskām operācijām; eksperimentēt un izvirzīt hipotēzes.

Piezīme: Nodarbībā ieteicams izmantot podziņas, lai skolēni var ar tām uzskatāmi darboties.

1. Doti divi zīmējumi. Katra zīmējuma a) un b) kreisajā trijstūra izvietojumā pārliec 3 kauliņus tā, lai iegūtu izvietojumu, kas redzams labajā trijstūrī.



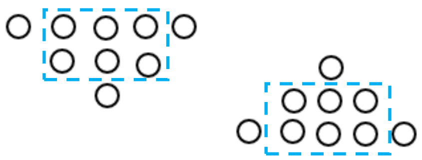
a)



b)

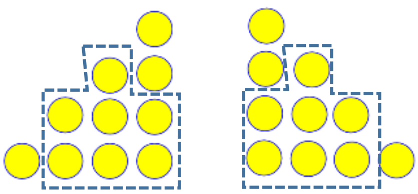
Atrisinājums. Piemēros a) un tāpat arī b) jācenšas ievērot abu konfigurāciju kopīgās daļas. To var arī izdarīt, konfigurācijas pārklājot vienu virs otras (te ērti būtu lietot caurspīdīgas folijas).

Gadījums a) Sakrītošā daļa:

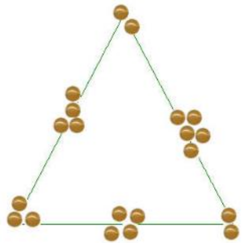


Atrodot sakrītošo daļu, var ievērot, ka 3 podziņas, kuras ir ārpus atzīmētās daļas, var pārvietot vēlamajā veidā.

Gadījums b) Sakrītošā daļa:



2. Uz katras līnijas pogu skaits ir 9. a) Pieliec klāt vēl vienu pogu tā, lai joprojām pogu skaits uz katras līnijas ir 9! Citas pogas var pārbīdīt, bet nedrīkst noņemt. b) Kāds ir lielākais un kāds ir mazākais pogu skaits, kuras var izvietot pie trijstūra, lai pogu skaits uz katras līnijas ir 9?



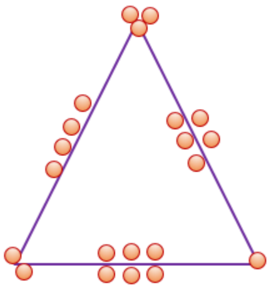
Atrisinājums. Dotais uzdevums ir saistīts par skaitļa izteikšanu, izmantojot dažādas summas. Te – cik veidos var iegūt skaitli 9, kā summu no trīs naturāliem skaitļiem.

Gadījums a)

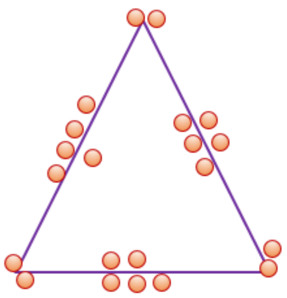
Vispirms jāaplūko dotais zīmējums. Kopumā te ir izvietotas 20 podziņas: stūros 2, 2 un 3, bet pie malām 4, 4 un 5. Podziņas, kuras ir stūros, piedalās divās dažādās summās, kuras ir:

2 + 5 + 2;   2 + 4 + 3;   3 + 4 + 2

Ja izvietojumam pievieno vēl vienu podziņu, tad jāpadomā, kura to var pievienot – stūrī vai pie kādas malas. Ja podziņu pievieno stūrim, tad no abiem pārējiem stūriem ir jāpārbīda podziņas uz trijstūra malu. Iegūst konfigurāciju:



Ja izvietojumam pievieno podziņu kādai no malām, kur ir 4 podziņas, tad jāpārvieto podziņa no stūra, kur bija 3 podziņas, pie tās malas, kur palika vismazāk podziņu:

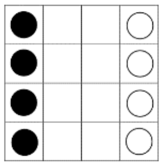


Līdzīgi var iegūt vēl trešo iespējamo izvietojumu, kur stūros izvietotas 1, 1, un 4 podziņas, bet pie malām atbilstoši 4, 4 un 7 podziņas.

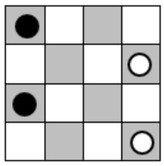
Gadījums b)

Vismazākais podziņu skaits, ko var izvietot atbilstoši uzdevuma nosacījumiem, ir 15 – pa vienai podziņai pie katras malas un pa 4 podziņām pie stūriem. Vislielākais podziņu skaits ir 24 – pa vienai podziņai stūros un pa 7 podziņām pie katras malas.

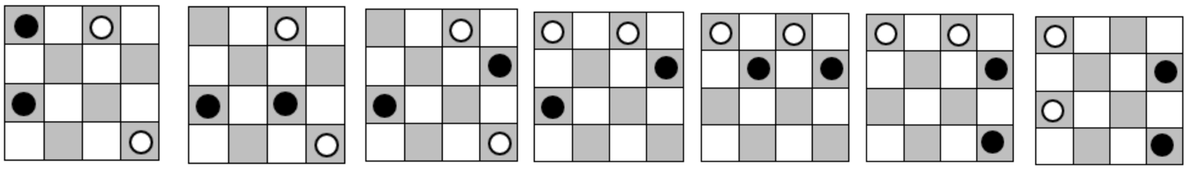
3. Vienā gājienā kauliņu var pārvietot diagonālā virzienā par vienu, divām vai trim rūtiņām. Kauliņu nevar nolikt pozīcijā, kura ir aizņemta. Kauliņi nelec viens otram pāri. Kauliņi netiek kauti. Kāds ir mazākais gājienu skaits, lai melnos un baltos kauliņus samainītu vietām?



Atrisinājums. Ja kvadrāta rūtiņas nokrāso šaha galdiņa veidā, var ievērot, ka 4 kauliņi pārvietojami tikai pa melnajām rūtiņam, bet citi četri - tikai pa baltajām. Tāpēc pietiek aplūkot četru kauliņu pārvietošanos:

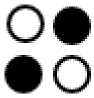


Tikai tas kauliņš, kurš atrodas stūrī, var pārvietoties uz pretējo stūri vienā gājienā. Te ir divi kauliņi pretējos stūros, tāpēc stūri vispirms ir jāatbrīvo, lai tur novietotu pretējās krāsas kauliņu. Tāpēc tikai vienam stūra kauliņam ir iespēja aizņemt pozīciju vienā gājienā. Pārejiem 3 kauliņiem ir jāveic vismaz 2 gājieni katram. Minimālais gājienu skaits līdz ar to ir 7:

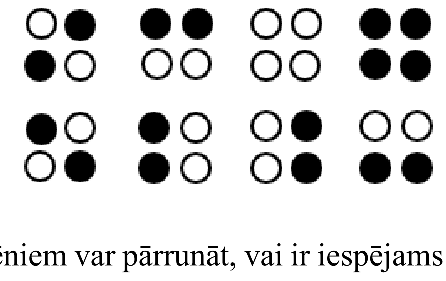


Līdzīgā veidā pārvieto kauliņus, kuri ir uz baltajām rūtiņam. Mazākais gājienu skaits ir 14.

4. Melnas un baltas pogas ir izvietotas kvadrāta veidā. Izvēloties kādu rindu vai kolonu, ir atļauts visām pogām šajā rindā mainīt krāsu uz pretējo. Uzzīmē visas 8 iespējas, kādas var iegūt no dotā izvietojuma!



Atrisinājums. Visi iespējamie izvietojumi ir:



Piezīme. Papildus ar skolēniem var pārrunāt, vai ir iespējams iegūt izvietojumu, kurā ir tikai viena – melna vai balta – poga.

5. Kvadrāta formā izvietotas 25 pogas šaha rakstā. Kāds ir mazākais gājienu skaits (skat. 4. uzdevumā), lai iegūtu visas baltas (vai melnas) pogas?

Atrisinājums. Pieņemsim, ka ir 13 melnas un 12 baltas pogas. Vispirms pārkrāso 2. un 4. kolonu, tā iegūstot 3 rindas ar melnām pogām un 2 rindas ar baltām. Tad pārkrāso abas divas balto rindu pogas un iegūst visas melnas pogas četros gājienos. Līdzīgi rīkojas, ja jāiegūst visas baltas pogas. Iesākumā krāso 1., 3. un 5. kolonas, tad krāso 1., 3. un 5. rindu, iegūstot visas baltas pogas sešos gājienos.

6. Astoņas melnas un astoņas baltas pogas ir izvietotas šaha rakstā kvadrāta veidā. Vai ar ceturtajā uzdevumā aprakstītajiem gājieniem var iegūt izvietojumu, kur ir tieši viena balta poga?

Atrisinājums. Melno pogu skaits ir pāra skaitlis – astoņas. Apskatīsim visas iespējas, kādas var būt pēc vairākiem gājieniem, tas ir, cik melno pogu var būt vienā rindā: neviena, viena, divas, trīs vai četras. Atzīmēsim, kas notiks šajā rindā pēc pārkrāsošanas:

Melno pogu skaits rindā	**Melno pogu skaits rindā pēc pārkrāsošanas**	**Kopīgā melno pogu skaita izmaiņas**
0	+ 4	+4
1	-1 + 3	+2
2	-2 + 2	0
3	-3 + 1	-2
4	-4	-4

Te redzams, ka melno pogu skaita izmaiņas notiek tikai par pāra skaitli. Tāpēc no sākotnējā pāra skaitļa skaitli 7 iegūt nevar.

Punktiņš. (A Grupa) Lauku saimniecībā
15.11.2019

Nodarbības mērķis: Tiek aplūkoti teksta uzdevumi par skaitļiem. Uzdevumu risināšanai nepieciešams lasīt un izprast tekstu, izpētīt skaitļu sakarības – dažādās summas, dalāmības īpašības, skaitļu sadalījumu reizinātājos; jāmācās veikt loģiskos spriedumus.

1. Pagrabā bija sešas muciņas ar skābētiem kāpostiem, kuru tilpums bija 15, 16, 18, 19, 20 un 31 litrs. Anna aizveda divas muciņas uz tirgu, bet Jāzeps uz tirgu aizveda 3 muciņas, viena muciņa palika pagrabā. Kura muciņa palika, ja Anna uz tirgu aizveda divas reizes mazāk kāpostu nekā Jāzeps?

Atrisinājums. Anna uz tirgu aizveda divreiz mazāk kāpostu nekā Jāzeps. Var teikt, ka Anna aizveda vienu daļu kāpostu, bet Jāzeps – divas daļas, kopā 3 daļas. Sasummēsim visu muciņu tilpumus:

$$15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$$

Skaitlis 119 nedalās ar 3. Jāatņem viens no skaitļiem tā, lai atlikušo skaitļu summa dalās ar 3. Ar pārbaudes palīdzību konstatējam, ka tāds skaitlis ir 20:

$$119 – 20 = 99 = 33 + 66$$

Jāmeklē divas tādas muciņas, kuru kopējais tilpums ir 33 l. Tās ir muciņas ar 15 un 18 litru tilpumu. Tātad Anna aizveda uz tirgu šīs divas muciņas, Jāzeps aizveda muciņas 16, 19 un 31 litru tilpuma, bet 20 l muciņa palika pagrabā.

2. Anna gatavoja pārtikas groziņus pircējiem. Ja viņa lika 2 bietes katrā paciņa, tad 1 biete palika pāri. Ja lika 3 bietes, tad 2 palika pāri. Ja lika 4 – pāri palika 3; ja lika 5 – palika 4; ja lika 6 – palika 5. Annai izdevās sadalīt visas bietes, ja katrā paciņā ielika 7 bietes. Kāds varēja būt mazākais biešu skaits, ko varēja iedalīt pārtikas grozos?

Atrisinājums. No pirmā apgalvojuma izriet, ka biešu skaits ir nepāra skaitlis (dalot pa divi, atliek 1 biete). Dalot pa 5, atliek 4 bietes. Tā kā biešu skaits ir nepāra skaitlis, tad tas būs skaitlis, kas beidzas ar 9: 9; 19; 29; 39; 49;…. No otras puses, tas ir skaitlis, kurš dalās ar 7. Tātad tie var būt skaitļi 49; 119; 189; … Pārbaudām mazākos iespējamos: 49 neder, jo atlikums, dalot ar 4, ir 1 nevis 3. Pārbaudām 119:

$$119 = 17 \cdot 7 \ = \ 59 \cdot 2 + 1 = 39 \cdot 3 + 2 = 29 \cdot 4 + 3 = 23 \cdot 5 + 4 = 19 \cdot 6 + 5$$

Mazākais iespējamais biešu skaits, kas bija jāsadala pa groziņiem, ir 119.

3. Jāzeps pasmējās par Annu un uzdeva viņai jautājumu: “Cik šorīt bija svaigu olu, ja tās saliku kastītēs pa 7, bet, jebkuru mazāku skaitu olu vienādi saliekot pa kastītēm, vienmēr viena ola palika pāri?” Cik tad tur bija to olu?

Atrisinājums. Ja olu skaitu nevar sadalīt ar 2, 3, 4, 5 un 6, vienmēr viena ola paliek pāri, tad šo olu skaitu var apzīmēt A + 1. Saprotams, ka skaitlis A dalās ar 2, 3, 4, 5 un 6. Mazākais tāds skaitlis ir 60. Tad jāaplūko visi tādi skaitļi, kas ir skaitļa 60 daudzkārtņi un starp tiem ir jāatrod tāds, lai A + 1 dalās ar 7:

Skaitļa 60 daudzkārtņi	**A + 1**	**Atlikums, dalot ar 7**
60	61	5
120	121	2
180	181	6
240	241	3
300	301	0

Esam atraduši, ka mazākais iespējamais olu skaits ir 301 ola.

4. “Ak tā tu mani apsmej! Nu tad pasaki, cik naudas pagājušajā mēnesī mēs nopelnījām, ja naudas summu var uzrakstīt kā skaitli, kuram vidējie cipari ir 10, bet skaitļa sākumā un beigās ir viens un tas pats cipars, un skaitlis dalās gan ar 8, gan ar 9!”

Atrisinājums. Lai skaitlis dalītos ar 9, tā ciparu summai ir jādalās ar 9. Meklējamā skaitļa pirmā un pēdējā ciparu summa ir 8. Tā kā šie cipari vienādi, tad meklējamais skaitlis ir 4104. Pārbaudām:

$$4104 : 9 = 456; \quad 4104 : 8 = 513$$

Pagājušajā mēnesī saimniecība nopelnīja 4104 eiro.

5. Vienas zoss cena ir divciparu skaitlis. Katru mēnesi pārdeva tieši tādu skaitu zosu, kas sakrīt ar cenas desmitu ciparu. Savukārt mēnešu skaits sakrita ar zoss cenas vienu ciparu. Kopējā summa, ko ieguva, bija trīsciparu skaitlis, kurā visi cipari vienādi. Noskaidro, cik maksāja zoss, cik zosis pārdeva un kādu naudas summu nopelnīja Anna un Jāzeps!

Atrisinājums. Apskatīsim kopējo summu, ko ieguva Anna un Jāzeps, pārdodot zosis. Tā varētu būt 111; 222; 333; 444;…. Ievērosim, ka skaitli 111 var sadalīt reizinātājos

$$111 = 3 \cdot 37$$

No tā varam secināt, ka zoss cena ir 37 eiro. Zosis tika tirgotas 7 mēnešus pa 3 zosīm mēnesī. Saimniecība nopelnīja 777 eiro.

Punktiņš. (A Grupa) Izmēģini savus spēkus!
22.11.2019

Patstāvīgais darbs. Uzdevumi izvēlēti par līdzīgām tēmām, kādas bija aplūkotas nodarbībās. Skolēniem ir iespēja izvērtēt savas zināšanas. Nodarbības laiks ir samērā īss, tāpēc nav prasīts, lai skolēni atrisina visus sešus uzdevumus.

1. Uzraksti skaitļu virkni no 10 dažādiem naturāliem skaitļiem, kuri neviens nedalās ar 7, bet katru trīs viens otram sekojošu virknes skaitļu summa dalās ar 7.

Atrisinājums. Vispirms paskatīsimies, kādas ir mazākās iespējamās 3 skaitļu summas, kas dalās ar 7:

$$1+1+5=1+2+4=1+3+3=2+2+3$$

Visus naturālos skaitļus sagrupēsim pēc tā, kādus atlikumus tie dod, dalot ar 7:

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Izvēlēsimies summas, ko veido skaitļi 1,1,5 (var izvēlēties ari citu kādu iespēju). Tad meklējamās virknes skaitļi dos atlikumus 1, 1, 5, 1, 1, 5, 1, 1, 5, 1. Ņemsim ik pa 2 skaitļiem no pirmās kolonas un vienu skaitli no piektās. Meklētā 10 skaitļu virkne ir

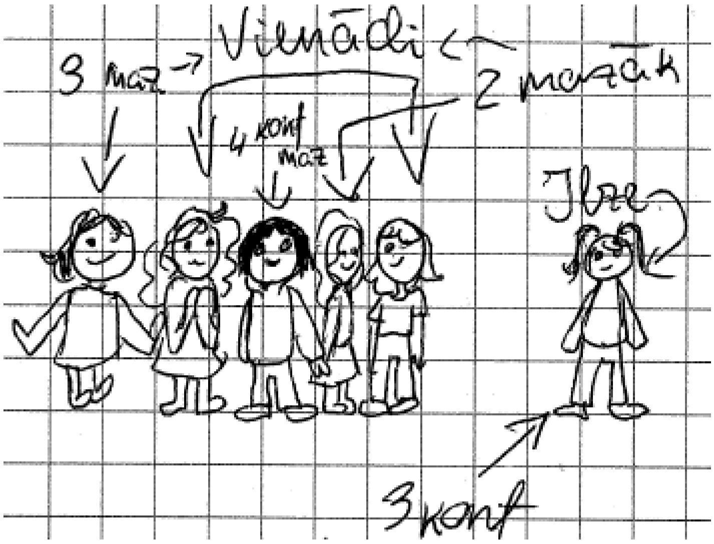
1, 8, 5, 15, 22, 12, 29, 36, 19, 43

2. Cik ir divciparu skaitļu, kuriem ciparu summa dalās ar 5? Paskaidro savu atbildi!

Atrisinājums. Visas iespējamās divu viencipara skaitļu summas var būt no 1 līdz 18. Starp šiem skaitļiem ir trīs skaitļi, kas der dotajam uzdevumam – 5, 10 un 15. Skaitli 5 var iegūt no divciparu skaitļiem piecos veidos no skaitļiem 14, 41, 23, 32, 50. Skaitli 10 var iegūt no divciparu skaitļiem 9 veidos (norādi, kādos!). Skaitli 15 var iegūt 4 veidos no skaitļiem 19, 91, 78, 87. Kopumā ir 18 divciparu skaitļi, kuru ciparu summa dalās ar 5.

Cits risinājums. Ir deviņas desmitciparu grupas – padsmitnieki, divdesmitnieki, … , deviņdesmitnieki. Katrā šajā grupā ir tieši divi skaitļi, kuru ciparu summa dalās ar 5. Kopumā ir 18 šādi skaitļi.

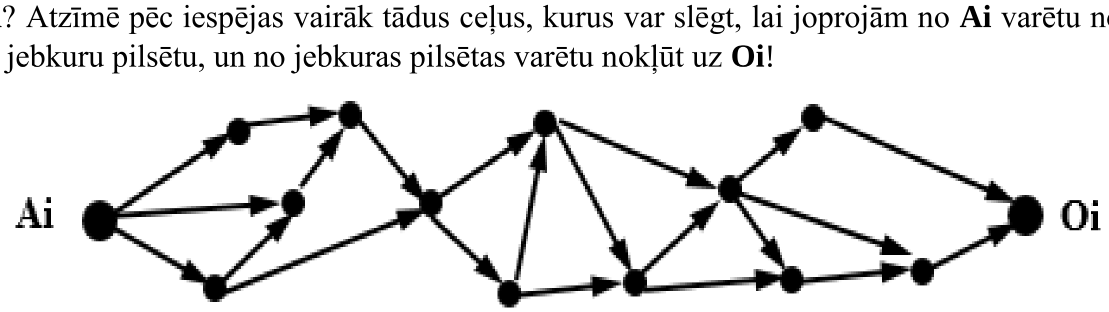
3. Ilzīte savām piecām draudzenēm dalīja konfektes. Divām draudzenēm iedeva vienādu skaitu konfekšu, trešajai par 2 mazāk, ceturtajai par 3 mazāk, bet piektajai par 4 konfektēm mazāk nekā pirmajām divām. Ilzītei palika pāri 3 konfektes. Četrām draudzenēm visas konfektes varētu sadalīt vienādi. Kāds ir mazākais iespējamais konfekšu skaits? Parādi, kā tās tika sadalītas!



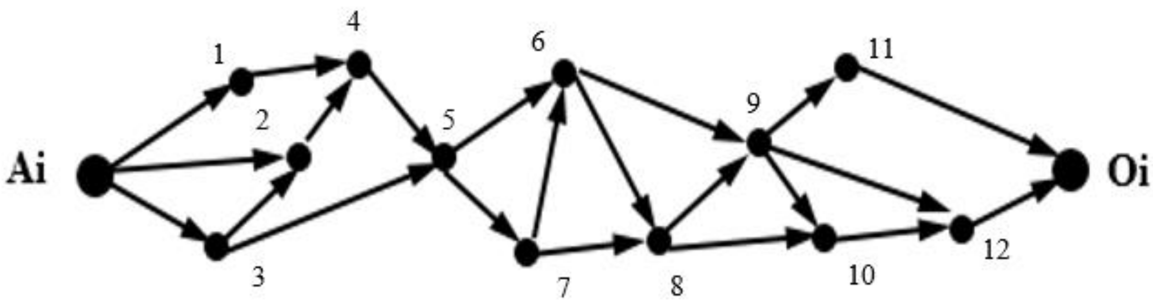
Anetes zīmējums.

Atrisinājums. Vispirms novērtēsim, kāds varētu būt mazākais iespējamais konfekšu skaits. Ilzītei palika 3 konfektes. Ja piektajai meitenei tika 1 konfekte, tad ceturtajai 2 konfektes, tad trešajai 3, bet pirmajai un otrajai meitenei katrai tika 5 konfektes. Kopā ir 19 konfektes. Bet 19 nedalās ar 4. Tātad Ilzītei bija vairāk konfekšu. Ņemsim vērā, ka pirmās divas meitenes saņem vienādu skaitu konfekšu, tātad vismaz 6 konfektes katra. Tad trešā meitene saņem 4 konfektes, ceturtā 3, piektā divas, un Ilzītei palika vēl 3 konfektes. Kopā 24 konfektes, kas arī ir skaitlis, kas dalās ar 4.

4. Pilsētas savieno vienvirziena ceļi. Cik dažādos veidos no pilsētas **Ai** var nokļūt uz pilsētu **Oi**? Atzīmē pēc iespējas vairāk tādus ceļus, kurus var slēgt, lai joprojām no **Ai** varētu nokļūt uz jebkuru pilsētu, un no jebkuras pilsētas varētu nokļūt uz **Oi**!

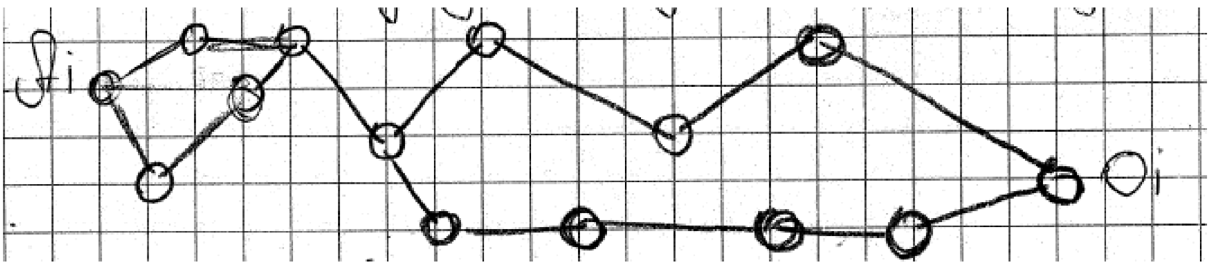


Atrisinājums. Katrā pilsētā summē tajā ienākošo ceļu skaitu. Lai šī summēšana būtu labāk saprotama, sanumurēsim pilsētas:



Pilsētās 1 un 3 no Ai var nokļūt 1 veidā, bet pilsētā 2 – divos veidos (tieši no Ai vai caur 3 pilsētu). Pilsētā 4 var nokļūt 1 + 2, tātad 3 veidos. Pilsētā 5 var nokļūt no pilsētām 3 vai 4, tātad 1 + 3 = 4 veidos. Pilsētā 7 arī var nokļūt 4 veidos, bet pilsētā 6 – 8 veidos. Tā turpinām skaitīšanu. Pilsētā 8 var nokļūt 12 veidos. Pilsētā 9 var nokļūt 20 veidos. Pilsētā 10 var nokļūt 32 veidos. Pilsētā 11 var nokļūt 20 veidos. Pilsētā 12 var nokļūt 52 veidos. Pilsētā Oi var nokļūt 72 veidos.

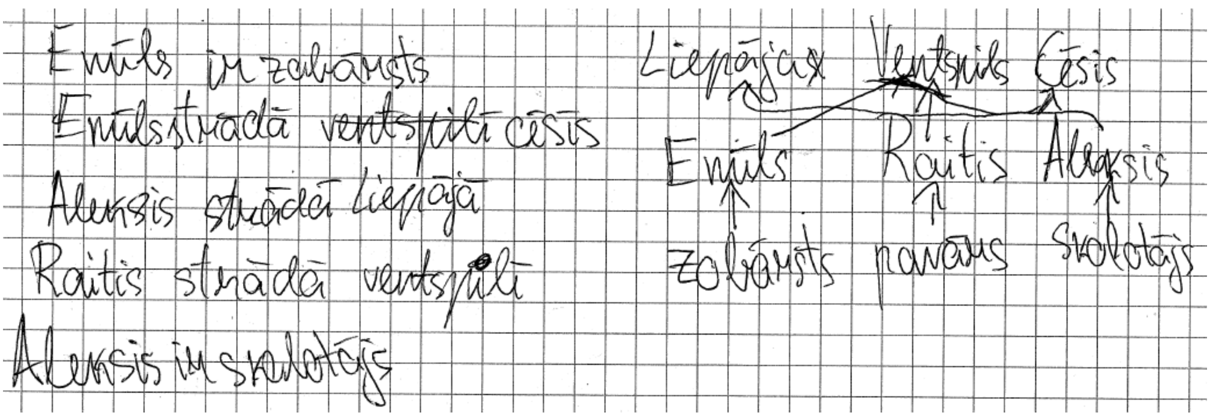
Var slēgt 7 ceļus:



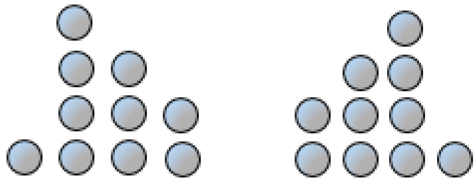
Diānas atrisinājums

4. Uz Rīgas svētkiem no Liepājas, Ventspils un Cēsīm bija atbraukuši trīs draugi Emīls, Raitis un Aleksis. Viņu profesijas bija zobārsts, pavārs un skolotājs. Emīls nestrādā Liepājā, Aleksis nestrādā Ventspilī. Skolotājs strādā Liepājā, ventspilnieks nav zobārsts, Emīls nav pavārs. Kurš no draugiem dzīvo kurā pilsētā un kāda katram ir profesija?

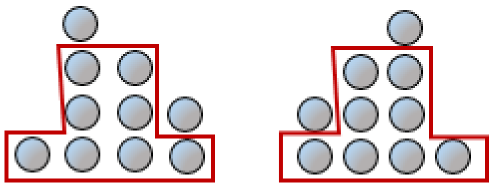
Anetes atrisinājums:



6. Norādi, kuras divas podziņas kreisajā zīmējumā jāpārvieto, lai iegūtu tādu podziņu izvietojumu, kas parādīts labajā zīmējumā!



Atrisinājums. Atrodam abos zīmējumos tās 9 podziņas, kuras abos zīmējumos saglabā nemainīgu izvietojumu:



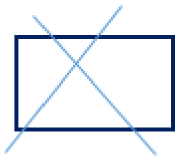
Punktiņš. (A Grupa) Figūru pārsvītrošana
29.11.2019

Nodarbības mērķis: Veidot skolēnu telpisko iztēli; attīstīt kombinatoriskās iemaņas; būt atjautīgiem.

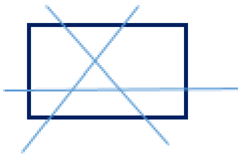
1. Ar zīmuli un lineālu papīra lapu pārsvītroja ar 5 taisnām līnijām. Tad lapu sagrieza daļās pa griezuma līnijām. Cik atsevišķas daļas varēja iegūt? a) kāds ir vismazākais daļu skaits? b) kāds ir vislielākais iespējamais daļu skaits?

Atrisinājums. a) Vismazāko daļu skaitu varēs iegūt tad, ja novilktās līnijas uz papīra nekrustosies. Viena līnija sadala papīru divās daļās. Otra līnija vienu no daļām sadala divās daļās – tad ir jau 3 daļas. Katra no jauna novilktā līnija daļu skaitu palielina par 1. No velkot 5 līnijas un sagriežot papīru pa līnijām, iegūst 6 daļas.

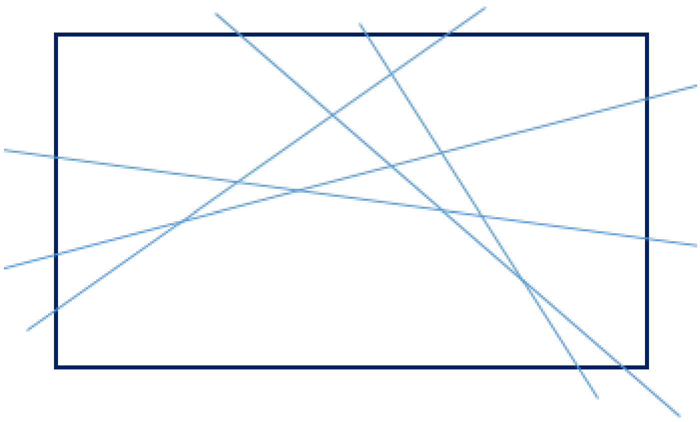
b) Divas krustiskas līnijas sadala papīru 4 daļās:



Ja ar trešo līniju krusto abas jau novilktās līnijas, tad rodas 7 laukumi:

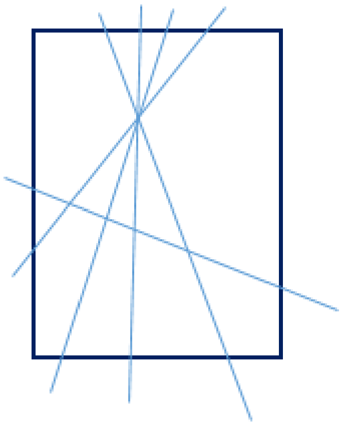


Līdzīgi turpinām. Vislielāko papīra gabalu skaitu var iegūt, ja katra no 5 līnijām krusto visas citas līnijas un nekādām trim līnijām nav kopīgs krustpunkts. Lielākais apgabalu skaits veidojas sekojoši – viena līnija sadala lapu 2 daļās. Krustojot to ar otru līniju, rodas vēl 2 jauni apgabali. Trešā līnija krusto divas iepriekšējās – tā maksimāli var krustot 3 apgabalus no iepriekšējiem četriem, katru no tiem sadalot divās daļās. Tā rodas vēl 3 apgabali. Tā turpinot, apgabalu skaits veidojas: 2 + 2 + 3 + 4 + 5 = 16



2. Kā jānovelk taisnās līnijas, lai sagriežot lapu, iegūtu 13 figūras?

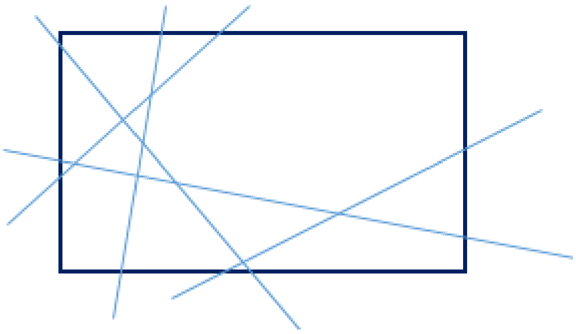
Atrisinājums. Ja izmanto 4 taisnas līnijas, tad var iegūt lielākais 2 + 2 + 3 + 4 = 11 apgabalus jeb 11 figūras, kad lapa tiek sagriezta. Tāpēc jāizmanto vismaz 5 taisnas līnijas. Lai panāktu vēlamo figūru skaitu, vismaz 3 līnijām ir jākrustojas vienā punktā. 13 figūras var iegūt, piemēram, šādā veidā:



Te četras taisnās līnijas iet caur vienu kopīgu punktu, bet piektā līnija krusto visas četras pārējās līnijas.

3. Vai starp iegūtajām figūrām varētu būt figūra, kura ir a) sešstūris; b) septiņstūris; c) kāda ir figūra ar vislielāko malu skaitu?

Atrisinājums. Ja uz lapas novilktas 5 taisnas līnijas un lapa tiek sagriezta gabalos, tad, izvēloties doto 5 līniju izvietojumu, var iegūt jebkuru no minētajām figūrām, bet ne lielāku par septiņstūri. Ar pieciem nogriežņiem var konstruēt piecstūri. Ja ievēro arī lapas stūri, tad no lapas var izgriezt septiņstūri:

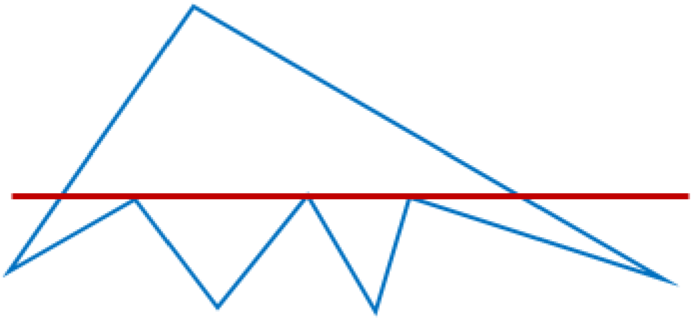


Lapas labais augšējais stūris kopā ar 5 taisnām līnijām veido figūru – septiņstūri.

4. Konstruē tādu 8-stūri, kuru ar vienu taisnu līniju var sadalīt 5 trijstūros.

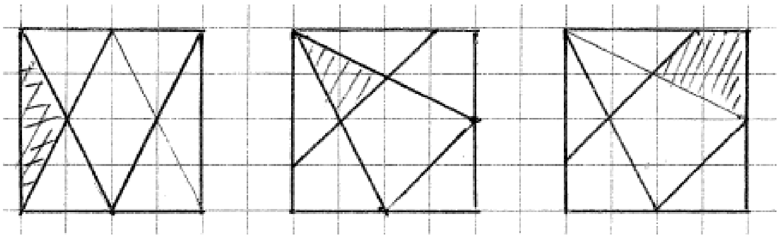
Atrisinājums. Ja astoņstūris ir izliekta figūra, tad, pārsvītrojot to ar taisnu līniju, var iegūt lielākais vienu trijstūri. Tāpēc jākonstruē ieliekta figūra. Piemēram:

Ar vienu taisnu griezienu var iegūt 5 trijstūrus:

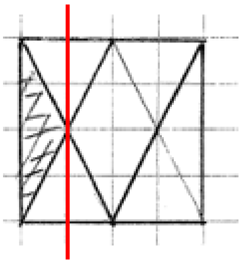


Piezīme. Par doto uzdevumu var sākt domāt sekojoši – novelkam taisnu līniju un mēģinām saprast, kā pie tās var būt piekombinēti trijstūri.

5. Kvadrātu ar taisniem griezieniem sagrieza vairākās daļās. Kāda daļa no kvadrāta laukuma ir iezīmētajām figūrām?



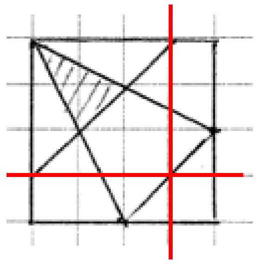
Atrisinājums. Pirmajā zīmējumā ir iekrāsota puse no kvadrāta ceturtās daļas:



Otrajā zīmējumā var aplūkot mazāku kvadrātu ar izmēru 3 x 3 rūtiņas. Iekrāsotā daļa atrodas vienā pusē no minētā kvadrāta. Iztēlosimies, ka var nogriezt šo pusi, griežot pa diagonāli. Tad var nogriezt divus mazos trijstūrīšus, kuri ir pie augšējās malas un pie kreisās sanu malas. To laukums ir pus-rūtiņa un vēl puse no taisnstūra ar izmēru 2 x 1. Katra šī trijstūrīša laukums ir

1,5 rūtiņas liels. Iesvītroto laukumu aprēķina: $9-4{,}5-2\cdot 1{,}5=1{,}5$. Daļu no laukuma aprēķina:

Iesvītrotais laukums ir $1{,}5:16=\frac{3}{32}$ daļas no kvadrāta laukuma.



Līdzīgi trešajā zīmējumā var applūkot labo augšējo kvadrātu ar izmēru 2 x 2 rūtiņas un "nogriezt" lieko daļu: $2\cdot 2-0{,}5-1=2{,}5$. Iesvītrotais laukums ir $2{,}5:16=\frac{5}{32}$ daļas no kvadrāta laukuma.