

Punktiņš. (A grupa) Šahs un mats!
8.05.2020

Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu loģiskās spriešanas iemaņas.

1. Uz šaha dēlīša, kuram ir 4 x 4 lauciņi, ir salikti bandinieki – katrā rindā un katrā kolonā pa vienam. Cik bandinieki varētu būt izvietoti uz melnajiem lauciņiem?

Atrisinājums. Sanumurēsim dēlīša rindas un kolonas:

4				
3				
2				
1				
	1	2	3	4

Katram lauciņam var noteikt tā “adresi” – rindas un kolonas numuru. Ja uz lauciņa izvietoti 4 bandinieki, katrā rindā un katrā kolonā pa vienam, tad visu četru bandinieku adrešu summa ir

Rindas $1 + 2 + 3 + 4$, kolonas $1 + 2 + 3 + 4$. Summa ir 20. Pieņemsim, ka uz melnajiem lauciņiem ir tikai viens bandinieks, bet pārējie ir uz baltajiem lauciņiem. Ievērosim, ka katra melnā lauciņa adrešu skaitļu summa ir pāra skaitlis (piemēram, $1 + 3$; $2 + 2$,...). Savukārt baltajiem lauciņiem adrešu skaitļu summa ir nepāra skaitlis ($1+2$; $2+3$,...). Ja saskaitām visas adrešu summas izvēlētajiem lauciņiem, kur izvietoti 4 bandinieki, tad kopējā summa ir nepāra skaitlis (ja vienu pāra skaitli saskaita ar 3 nepāra skaitļiem, rezultāts ir nepāra skaitlis). Tas ir pretrunā ar to, ka summai jābūt pāra skaitlim. Tāpēc nevar būt situācija, ka uz melnajiem lauciņiem izvietots viens bandinieks. Līdzīgi var spriest, ja izvieto 3 bandiniekus uz melnajiem lauciņiem.

Uz melnajiem lauciņiem var atrasties 4, 2 vai neviens bandinieks.

2. Cik torņi ir nepieciešami, lai tie apdraudētu visus melnos šaha dēlīša lauciņus?

Atrisinājums. Protams, lai apdraudētu pilnīgi visus lauciņus uz šaha dēlīša, ir nepieciešami 8 torņi, bet, ja jāapdraud tikai melnie lauciņi, to ir 32 – puse no visiem lauciņiem uz šaha dēlīša. Varētu iztikt ar mazāku skaitu torņu. Iespējams apdraudējums ir ar 7 torņiem:

T							
	T						
		T					
			T				
				T			
					T		
						T	

Ievērosim, ka te ir tādi melnie lauciņi, uz kuriem iedarbojas divi torņi. Piemēram, augšējā kreisa stūrī divi augšējie torņi iedarbojas vienlaikus uz diviem norādītajiem lauciņiem:

T							
	T						
		T					
			T				
				T			
					T		
						T	

Ja noņemsim otro augšējo torņi, joprojām visi melnie lauciņi būs apdraudēti:

T							
		T					
			T				
				T			
					T		
						T	

Līdzīgi spriežot, atrodam, ka visus melnos lauciņus var apdraudēt ar 4 torņiem:

T							
		T					
				T			
						T	

Iespējami arī citi atrisinājumi, piemēram:

						T	
		T					
				T			
T							

3. Kāds ir lielākais dāmu skaits, ko var izvietot uz šaha dēlīša ar izmēru 5 x 5 lauciņi, lai neviena no dāmām nebūtu apdraudēta?

Atrisinājums. Uz dotā dēlīša ir 5 rindas un 5 kolonas. Ievērojot, ka dāma apdraud visu rindu un visu kolonu, kuru krustpunktā tā stāv, uz šī dēlīša nevar izvietot vairāk kā 5 dāmas. Piecas dāmas var izvietot:

	D			
			D	
D				
		D		
				D

4. Izvieto piecas dāmas uz šaha dēlīša tā, lai visi brīvie lauciņi būtu apdraudēti. Atrodi vairākus izvietojumus.

Atrisinājums. Vispirms var izpētīt, kāds ir apdraudēto lauciņu skaits, atkarībā no dāmas novietojuma. Tā, piemēram, dēlīša stūrī novietota dāma kopumā apdraud 21 lauciņu. Centrā novietota dāma apdraud visvairāk lauciņus – 27 lauciņus:

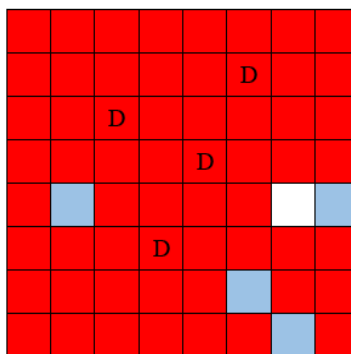
			D			

Nākamo dāmu izvietosim tā, lai viņa apdraud pēc iespējas vairāk vēl neapdraudēto lauciņu:

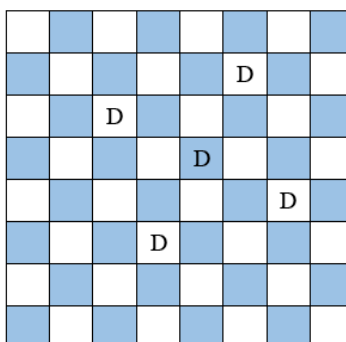
		D				
			D			

Pievienosim vēl divas dāmas

		D				
			D			

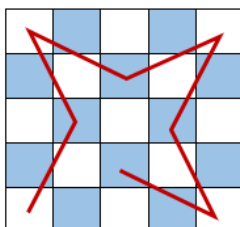


Domājams, tagad ir acīmredzami, kur izvietot piekto dāmu:

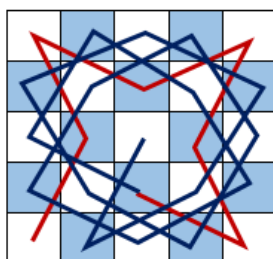


5. Vai zirdziņš var apstaigāt visus dēlīša 5 x 5 lauciņus, uz katra lauciņa uzkāpjot tieši vienu reizi?

Atrisinājums. Ievērosim, ka dēlīša stūrus zirdziņš var apstaigāt tikai vienā veidā



Tā ir daļa no zirdziņa maršruta. Tālāk viņš turpina savu ceļu un apstaigāšanu beidz centrālajā lauciņā



6. Zebra ir tāda šaha figūra, kas lec divus vai 3 lauciņus uz priekšu horizontālā vai vertikālā virzienā. Vai viņa var apstaigāt šaha dēlīti ar izmēru 4 x 4 lauciņi, iekāpjot katrā lauciņā tieši vienu reizi?

Atrisinājums. Vispirms padomāsim, kā zebra var apstaigāt veselu kolonu (te parādīta gājiena secība)

2			
4			
3			
1			

Tad padomāsim, ka ir izdevīgi pārlekt uz citu kolonu

2		5	
		7	
3		4	
1		6	

Tad zebra lec atpakaļ uz pirmo kolonu, no kuras viņa tiks uz ceturto un tā rezultātā apstaigās visus lauciņus

2	14	5	11
8	16	7	9
3	13	4	12
1	15	6	10