Punktiņš. Saskaitīsim dažādos veidos

6.11.2020

Atrisinājumi

1. Doti skaitļi 5, 6, 7, 8, 9, 10. Vai vari šos skaitļus ierakstīt trijstūra virsotnēs un pie malām tā, lai katras malas skaitlis ir malas blakusesošo virsotņu summas puse?

Atrisinājums. Lai pie trijstūra malas var rakstīt blakus esošajās virsotnēs pierakstīto skaitļu summas pusi, tad visās virsotnēs var izvietot tika visus pārskaitļus vai visus nepārskaitļus. Ja izvietosim virsotnēs visus pārskaitļus 6, 8, 10, tad nekādu divu šo skaitļu summas puse nav vienāda ar 5. Ja visās virsotnēs izvieto nepāra skaitļus, tad kā divu skaitļu summas pusi nevar iegūt 10, jo divu lielāko skaitļu summas puse ir tikai 8.

Skaitļus prasītajā veidā izvietot nevar.

2. Rindā nostājušās 3 meitenes un 3 zēni. Katrs zēns saskaita bērnus pa labi no viņa un katra meitene saskaita bērnus pa kreisi no viņas. Paskaidro, kāpēc summa no visu zēnu saskaitītajiem bērniem un summa no visu meiteņu saskaitītajiem bērniem ir vienādas!

Atrisinājums. Ja pēc kārtas stāv 3 zēni pa labi no 3 meitenēm, tad viņu saskaitīto bērnu summa ir neviens, viens un 2 bērni pa labi, Tas ir, zēni kopumā ir saskaitījuši zēnus. Tāpat arī meitenes ir saskaitījušas tikpat meiteņu.

Ja kāda meitene stāv no zēna pa labi, tad zēns no viņas stāv pa kreisi. Citiem vārdiem sakot, viņi redz viens otru un tāpēc viens otru pieskaita. Līdz ar to visu zēnu saskaitīto bērnu summa ir vienāda ar visu meiteņu saskaitīto bērnu summu.

3. Susurs paņēma 10 kartiņas un katras kartiņas visos 4 stūros uzrakstīja pa vienam skaitlim no 1 līdz 4 kaut kādā secībā. Mija visas kartiņas salika glītā kaudzītē. Vai varēja gadīties, ka, saskaitot visus skaitļus katrā atsevišķajā kaudzītes stūrī, visi skaitļi ir 24?

Atrisinājums. Ja visos stūros skaitļu summa ir 24, tad uz visām kartiņām kopējā skaitļus summa būtu 96. Bet uz katras vienas kartiņas visu skaitļu summa ir 1 + 2 + 3 + 4 = 10. Kopējā skaitļu summa uz visām 10 kartiņām ir 100. Tātad prasītais nav iespējams.

Mājas darba uzdevumi.

1. Uz katras no divdesmit piecām trijstūrveida lapiņām katrā no stūriem ierakstīja vienu no skaitļiem 1, 2 un 4 (uz vienas lapiņas ir visi 3 skaitļi). Tad lapiņas salika vienu virs otras. Visus vienā lapiņu stūrī esošos skaitļus uz visām lapiņām saskaitīja. Vai var gadīties, ka visas trīs summas ir vienādas ar 55?

Atrisinājums. Uzdevums līdzīgs nodarbības trešajam uzdevumam. Uz vienas kartiņas skaitļu summa ir 7. Tad visu kartiņu kopējā skaitļu summa ir 175. Ja katrā stūrī skaitot skaitļus, iegūtu summā 55, tad skaitļu kopējā summa būtu 165. Pretruna.

2. Aleksis, Lauris un Marta rēķina matemātikas uzdevumus. Tas, kurš pirmais atrisina uzdevumu, saņem 4 konfektes, otrais saņem divas konfektes, bet tas kurš trešais atrisina uzdevumu, saņem vienu konfekti. Pēc kāda laika visi uzdevumi ir atrisināti

un nekāds uzdevums netika atrisināts vienlaikus. Vai var būt, ka katrs bērns saņēma 20 konfektes?

Beatrises atrisinājums:

Par katru uzdevumu bērni kopā saņēma 7 konfektes. Ja katrs bērns saņēma 20 konfektes, tad sanāk 60 konfektes kas nedalās ar 7, tātad nevar būt katram bērnam 20 konfektes.

3. Rindā pie zobārstu kabineta stāv 10 bērni – 5 zēni un 5 meitenes. Sākot no pulksten 8.00 ik pēc piecām minūtēm kāds bērns rindas kārtībā ieiet zobārstu kabinetā. Tieši pirms atveras kabineta durvis, katrs zēns, aiz kura stāv meitene, palaiž meiteni pa priekšu. Vai tad, kad pagājušas 32 minūtes, rindā vēl ir kāds zēns, aiz kura stāv meitene?

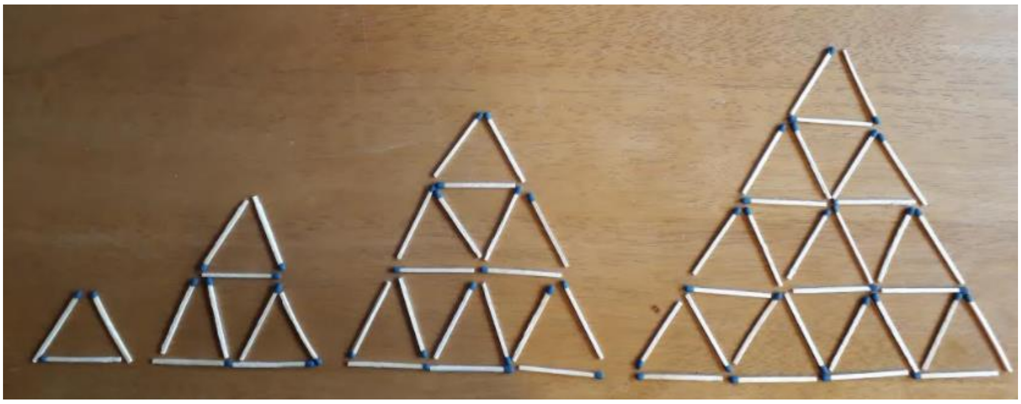
Atrisinājums. Rindā stāvēja 10 bērni. Pulksten 8.30 zobārstu kabinetā iegāja septītais bērns. Trīs bērni palika aiz durvīm. Apskatīsim 10 bērnu rindā esošo pašu pēdējo zēnu. Ja viņš ir pēdējais, tad viņš kabinetā ieies kā pēdējais. Ja aiz viņa stāv kaut viena meitene, tad 5 gājienu laikā viņš būs palaidis garām visas meitenes, cik vien aiz viņa ir stāvējušas. Apskatīsim zēnu, kurš bija priekšpēdējais zēns rindā. Ievērojot, ka katrs zēns, palaiž garām meiteni, kas stāv aiz viņa, sešu gājienu laikā priekšpēdējais no zēniem būs palaidis garām visas meitenes, cik vien aiz viņa bijušas. Tāpat var spriest par trešo zēnu – septiņu gājienu laikā viņš būs palaidis garām visas meitenes. Pulksten 8.32 rindā pie zobārstu kabineta stāv 3 zēni.

Punktiņš. Trijstūru konstrukcijas

13.11.2020

Atrisinājumi

Punktiņš no sērkociņiem salika vairākas figūras, kas sastāv no maziem trijstūrīšiem:



1. Cik mazo trijstūrīšu ir katrā no redzamajām figūrām?

Atbilde. Attēlos ir 1; 4; 9; 16 mazie trijstūrīši ar malas garumu 1.

2. Cik pavisam trijstūru ir ceturtajā konfigurācijā?

Atbilde. Ceturtajā figūrā redzami 16 mazie trijstūrīši, 6 trijstūri ar malas garumu 2, 3 trijstūri ar malas garumu 3 un viens vislielākais trijstūris. Kopā 26 trijstūri.

3. Cik sērkociņu ir ceturtajā te redzamajā figūrā? Izdomā vairākas sērkociņu skaitīšanas metodes!

Atrisinājums.

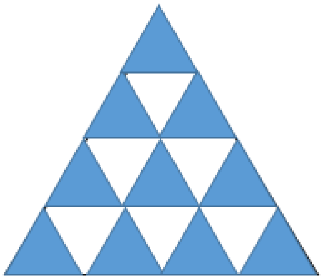
1. metode. Sērkociņus var skaitīt pa rindām. Horizontālajās rindās ir

1+2+3+4 = 10 sērkociņi. Ir vēl divas paralēlo rindu virknes. Kopā izmantoti 30 sērkociņi ceturtās figūras konstruēšanai.

2. metode. Ir 16 trijstūrīši. Katram ir 3 malas. Tā katra mala tiek ieskaitīta divas reizes, izņemot ārējā kontūra sērkociņus. Pieskaitām tos kopējai summai un rezultātu dalām ar 2:

$$(16 \cdot 3 + 12)/2 = 30$$

3. *metode.* Izkrāsosim trijstūrīšus pēc šaha galdiņa principa un saskaitīsim visus tos tumšos trijstūrus, kas vērsti ar virsotni uz augšu – tādi ir 10. Visu šo 10 trijstūru malas ir saliktas no visiem figūras sērkociņiem, tāpēc sērkociņu skaits ir $10 \cdot 3 = 30$.



Zīmējums 1

Piezīme. Vai tu vari atrast vēl kādu sērkociņu skaitīšanas metodi?

4. Cik sērkociņu ir septītajā figūrā? Aprēķini sērkociņu skaitu, izmantojot kādu no skaitīšanas metodēm!

Atbilde. Septītās figūras trijstūrīšus izkrāsosim divās krāsās, ka nupat aplūkotajā trešajā metodē (skat. zīm. 1). Tumšo trijstūru skaits ir $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$. Tad kopējais sērkociņu skaits, kas nepieciešams figūras izveidošanai, ir $28 \cdot 3 = 84$.

5. Vai septīto figūru var izjaukt un no šiem sērkociņiem salikt divas mazākas figūras?

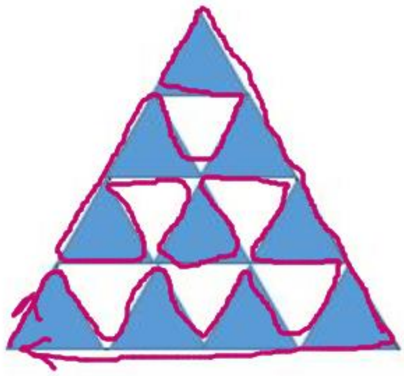
Atrisinājums. Uzrakstīsim visus sērkociņu skaitus, kas nepieciešami pirmās, otrās, trešās un visu pārējo figūru salikšanai līdz pat septītajai figūrai:

Figūras	Pirmā	Otrā	Trešā	Ceturtā	Piektā	Sestā	Septītā
Sērkociņi	3	9	18	30	45	63	84

Tagad jautājumu var pārformulēt citādi – vai kādu divu doto skaitļu summa ir 84? Viegli pārbaudīt, ka tabulā divus tādu skaitļus atrast nevar. Var atrast trīs skaitļus, kuru summa ir 84. Izjaucot septīto figūru, no 84 sērkociņiem var salikt pirmo, trešo un sesto figūru.

6. Skudriņa rāpo pa ceturtā trijstūra sērkociņiem. Vai skudriņa var rāpot tā, lai pārrāpotu katram sērkociņam tieši vienu reizi un nonāktu sākuma punktā, no kura viņa sāka savu ceļu?

Atbilde. Jā, skudriņa tā var rāpot:

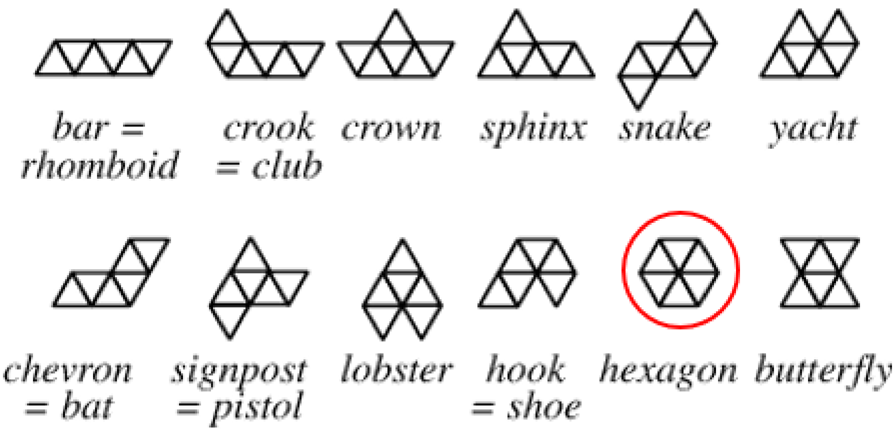


Zīmējums 2

Mājas darba uzdevumi:

1. Saliec no 13 sērkociņiem visas iespējamās dažādās figūras, kas sastāv no mazajiem trijstūrīšiem (vajadzēs, protams, vairāk kā 13 sērkociņu, lai tās saliktu). Cik tādu ir? Uzzīmē vai nofotografē tās!

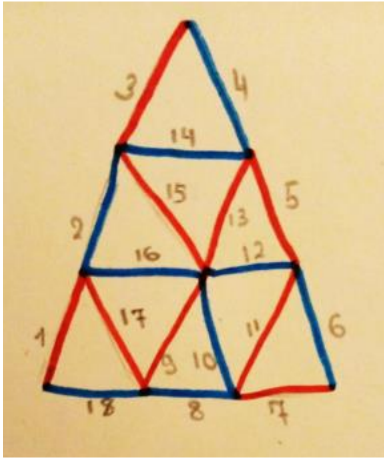
Atrisinājums. No 13 sērkociņiem var salikt 11 figūras, kuras sastāv no mazajiem trijstūrīšiem. Der tikai tādas figūras, kur katram trijstūrītim ir vismaz viena kopīga mala ar citu trijstūrīti. Par dažādām figūrām uzskatīsim tādas, kuras nevar vienu no otras iegūt tās pagriežot vai apgriežot (kā spoguļattēlu). Plašāk šādas figūras ir pazīstamas kā *poliamondi* . Izmantojot 13 sērkociņus, var izveidot figūras, kas sastāv no 6 trijstūrīšiem. Tādas sauc par *heksiamondiem*. Tās ir tik populāras, ka figūrām pat piešķirti nosaukumi. Vienīgā figūra, kas atšķiras, ir sešstūris no sešiem trijstūriem un 12 sērkociņiem (attēlā apvilkta ar sarkanu apli).



Zīmējums 3

2. Skudriņa rāpoja pa attēlā redzamo trešo trijstūri. Viņa pārrāpoja visiem sērkociņiem, katram tieši vienu reizi. Piedevām skudriņa savā ceļā nokrāsoja sērkociņus sekojošā veidā, vienu sarkanu, nākamo zilu, sarkanu, zilu, sarkanu zilu…Izrādījās, ka vienam trijstūrītim visas malas vienā krāsā. Vai skudriņa var rāpot tā, lai katram mazajam trijstūrītim viena mala ir atšķirīgā krāsā?

Atbilde. Jā, var. *Martas risinājums*:



Zīmējums 4

3. Apskati ceturto attēlā redzamo figūru. Iedomāsimies, ka tā ir uzzīmēta uz papīra. Kāds ir lielākais rombu skaits, ko var izgriezt no šīs figūras, griežot to pa līnijām? Kāpēc tas ir lielākais skaits? (Rombs sastāv no diviem blakusesošiem trijstūrīšiem.)

Atrisinājums. Vislielākais rombu skaits, ko var izgriezt no trijstūra, būs tad, ja izgriezīsim vismazākos rombus. Mazākais rombs sastāv no diviem trijstūrīšiem. Apskatīsim zīmējumu 1. Zilo trijstūru ir vairāk nekā balto trijstūru. Zilie trijstūri ir 10, bet baltie ir 6. Katrā rombā ir viens balts un viens zils trijstūri. Tātad vairāk kā 6 rombus izgriezt nevar.

Punktiņš. Patiesi, nepatiesi, nenoteikti apgalvojumi
27.11.2020

Atrisinājumi

Novērtē, vai apgalvojums ir patiess!

Atzīmēsim, ka ***apgalvojums ir*** *Patiess, Nepatiess vai Nenoteikts*

1. Divu pārskaitļu summa ir pārskaitlis

Patiess

2. Mainot saskaitāmo kārtību, to summa nemainās

Patiess

3. Kvadrāts nav taisnstūris

Nepatiess, jo kvadrāts ir taisnstūris, kura visas malas vienāda garuma.

4. Divu pirmskaitļu summa ir pāra skaitlis

Nenoteikts, jo, ja saskaita mazāko pirmskaitli 2 ar kādu citu pirmskaitli, summa ir nepāra skaitlis. Ja saskaita jebkurus pirmskaitļus, kas lielāki par 2, tie abi ir nepāra skaitļi, tāpēc to summa ir pārskaitlis.

5. Ja divus kvadrātus saliek kopā, tad iegūst taisnstūri

Nenoteikts, jo iespējams, ka abi kvadrāti ir dažāda izmēra. Taisnstūri var iegūt tikai tad, ja abi kvadrāti vienādi.

6. Ja skaitli 12 reizina ar skaitli, tad reizinājums ir lielāks par 12

Nenoteikts. Apgalvojums būtu patiess, ja teikumā būtu piebilde ".. reizina ar skaitli, kurš ir lielāks par 1".

7. Ja uz šaha dēlīša novieto 9 bandiniekus, tad vismaz 2 bandinieki būs novietoti viena rindā

Patiess. Apgalvojums ir pamatojams ar Dirihlē principa palīdzību. Ja 8 rindās izvieto 9 bandiniekus, tad vismaz vienā rindā ir vismaz 2 bandinieki. Ja mēs pieņemam, ka katrā rindā ir ne vairāk kā 1 bandinieks, tad izvietoto bandinieku skaits ir tikai 8.

8. Ja diviem taisnstūriem vienāds perimetrs, tad to laukums ir vienāds.

Nenoteikts – vienāds laukums šādiem taisnstūriem ir tikai tad, ja abi taisnstūri ir vienādi.

9. Ja nodzēš desmitstūra 3 malas, tad iegūst 3 lauztās līnijas

Nenoteikts, jo var nodzēst ne tikai tādas malas, kuras nav blakus, bet arī, piemēram, 3 malas pēc kārtas un iegūt vienu lauzto līniju

10. Skaitlis 1 ir mazākais pirmskaitlis

Nepatiess, jo skaitlis 1 nav pirmskaitlis

Mājas darba uzdevumi

Novērtē, vai apgalvojums patiess, nepatiess vai nenoteikts! Pamato, kāpēc tu tā domā.

1. Ja taisnstūri sagriež divās daļās, tad iegūst divus trijstūrus.

Nenoteikts

Elzas paskaidrojums: "jo ja sagriezīs pa diagonāli tad veidosies divi trijstūri, bet, ja tieši pa vidu veidosies divi četrstūri."

Piebilde. Ja taisnstūri griež pa taisni, kas iet caur divām blakus esošām malām, tad var iegūt trijstūri un piecstūri.

2. Ja šaha zirdziņš stāv uz melnā lauciņa, tad pēc 4 gājieniem tas stāvēs uz baltā lauciņa.

Nepatiess

Veronikas paskaidrojums: "Pēc katra gājiena zirdziņš maina savas rūtiņas krāsu. Pēc katra pāra skaitļa gājiena, zirdziņš atgriezīsies uz lauciņu, kas atbilst sākuma lauciņa krāsai."

3. Ja skaitlim pieskaita 10, tad to summa dalās ar 10.

Nenoteikts

Jēkaba skaidrojums: "Ja skaitlis, kuram pieskaita 10, dalās ar 10, tad summas skaitlis arī dalās, bet ja skaitlis nedalās, tad summas skaitlis arī nedalās."

4. Ja turnīrā katra no 5 komandām sacentās ar katru citu tieši vienu reizi, tad izspēlēto spēļu skaits bija 20 spēles.

Nepatiess

Marijas skaidrojums: "Jo spēlē 1-2,1-3,1-4,1-5,2-3,2-4,2-5,3-4,3-5,4-5 kopā 10 spēles."

5. Ja no taisnstūra izgriež mazāku taisnstūri, tad dotā taisnstūra perimetrs samazinās.

Nenoteikts

Veronikas skaidrojums: "Ja no taisnstūra stūra izgriež mazāku taisnstūri, tad perimetrs paliek tāds pats, bet ja izgriež no malas, tad perimetrs būs lielāks."

6. Anete zem spilvena paslēpa konfekti. Kāds cits konfekti apēda. Anete jautāja, kurš paņēmis konfekti?

a) Alberts teica, ka Alfrēds, bet Alfrēds teica, ka Alberts. Tātad vismaz viens no viņiem melo;

b) Alberts teica, tas nebiju es; Alfrēds teica, tas nebiju es. Tātad viens no viņiem melo.

Vai starp gadījumiem a) un b) ir atšķirība?

a) *Patiess*. Ja, piemēram, Alberts apēda konfekti, tad viņš melo. Ja konfekti apēda kāds trešais (jo uzdevumā nav teikts, ka konfekti apēda Alberts vai Alfrēds), tad melo abi divi.

b) *Nenoteikts*. Ja, piemēram, Alberts ir apēdis konfekti, tad viņš melo. Ja konfekti apēdis kāds trešais, tad abi zēni saka patiesību.