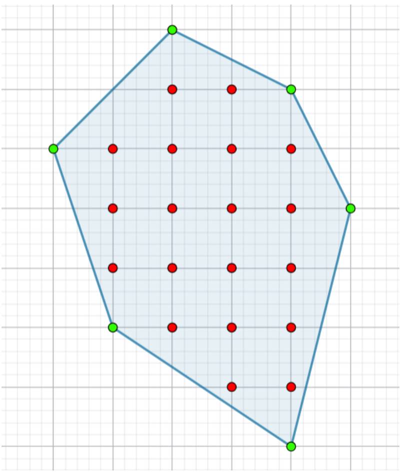

Punktiņš ceļā uz Pīka teorēmu - speciālgadījumi
6.02.2026

Apskatīsim rūtiņu lapu. Lapas līniju krustpunktus šeit nosauksim vienkārši par punktiem.

1. Konstruē vairākus taisnstūrus, kuru izmēri ir 1 x 1, 2 x 2, 3 x 2, 3 x 3, 3 x 4, 4 x 4 un 4 x 5 rūtiņas. Izveido tabulu, kurā norādīts taisnstūra izmērs, punktu skaits uz taisnstūra malām, iekšējo punktu skaits un taisnstūra laukums.
2. Aplūkojot tabulas datus – kādu sakarību var izteikt starp punktu skaitu uz taisnstūra malām, punktu skaitu taisnstūra iekšpusē un taisnstūra laukumu? Atrodi vispārīgu formulu taisnstūrim, kura izmērs ir *n* x *m* rūtiņas!
3. Aplūkosim taisnstūri *n* x *m* rūtiņas. Kā aprēķināt punktu skaitu uz tā diagonāles?
4. Kā izteikt sakarību starp punktu skaitu uz figūras malām, iekšējiem punktiem un laukumu tādam taisnleņķa trijstūrim, kura divas malas atrodas uz rūtiņu līnijām un virsotnes ir punkti?
5. Uz kvadrāta 5 x 5 rūtiņas punktiem konstruē figūru, uz kuras malām ir visi dotie punkti. Kāda varētu būt figūra ar vislielāko perimetru?
6. Anna un Beta spēlē sekojošu spēli. Uz rūtiņu lapas kvadrāta ar izmēru 8 x 8 rūtiņas meitenes pēc kārtas atzīmē vienu punktu. Anna atzīmē punktu ar krustiņu, Beta ar aplīti. Uzvarēs tā meitene, kurai pirmajai atzīmētie punkti būs paralelograma virsotnes. Kurai no spēlētājām iespējams uzvarēt?
7. Kā pamatot punktu sakarības formulu vispārīga veida trijstūrim, kura virsotnes ir rūtiņu lapas punktos?

Pīka teorēma:

Aplūkojam tādu figūru, kuras virsotnes ir rūtiņu lapas līniju krustpunkti (īsuma pēc tos sauksim par punktiem). Tās laukumu S var aprēķināt pēc formulas

$$S = \frac{P}{2} + I - 1,$$

kur P ir visu to punktu skaits uz figūras malām, I figūras iekšpusē esošo punktu skaits.

Piezīme. Šādām figūrām var būt ļoti dažāda forma, ne tikai taisnstūra vai trijstūra forma. Tā, piemēram, attēlā dotajam sešstūrim ir 19 iekšējie punkti. Tad figūras laukumu aprēķinam

$$S = \frac{6}{2} + 19 - 1 = 21$$