

Jauno matemātiķu konkurss ar prof. Cipariņa izaicinājumu

2021./2022. mācību gads

5. kārtas uzdevumi

1. Kuram taisnība?

Alise apgalvo, ka 10×10 rūtiņu kvadrātā, kurā ir novietoti 11 taisnstūri ar izmēriem 1×5 rūtiņas, noteikti var ievietot vēl vienu šādu taisnstūri, kas nepārklājas ar jau ievietotajiem. Kristaps uzstāj, ka vienmēr to izdarīt nevar. Kuram no abiem ir taisnība?

Piezīme. Taisnstūri ir novietoti tā, ka to malas iet pa kvadrāta rūtiņu malām, taisnstūri nepārklājas un neiziet ārpus dotā kvadrāta.

2. Skaitļa cipari

Trīsciparu skaitlī desmitu cipars ir vienāds ar pārējo divu ciparu reizinājumu, turklāt pārējie divi cipari ir pirmskaitļi. Zināms, ka dotā skaitļa un tā simetriskā skaitļa starpība ir 99. Kāda ir dotā skaitļa ciparu summa?

Piebilde. Par skaitļa simetrisko skaitli sauc skaitli, kuram cipari ir uzrakstīti pretējā secībā. Piemēram, skaitļa 127 simetriskais skaitlis ir 721.

3. Skaitļu virkne

Profesors Cipariņš skolēniem vadīja nodarbību par interesantām virknēm, kurām katru nākamo locekli iegūst kā iepriekšējo divu virknes locekļu nenulles ciparu reizinājumu, piemēram, 3; 2; 6; 12; 12; 4; ...

Šādas virknes ir viegli aplūkot un pētīt ar datorprogrammu palīdzību, bet nodarbības laikā profesors Cipariņš skolēniem izstāstīja, ka to var izdarīt, veicot tikai aprēķinus uz papīra. Atrisini dotos uzdevumus un apraksti risināšanas metodi, kurā nav izmantotas palīgierīces:

- Kāda ir pirmo 2022 virknes locekļu summa, ja virknes pirmais loceklis ir 1 un otrais loceklis ir 10?
- Kāds ir 2022. virknes loceklis, ja virknes pirmais loceklis ir 1 un otrais loceklis ir 4?
- Cik reizes b) gadījumā dotajā virknē parādās cipars 9, ja ir uzrakstīti tikai tās pirmie 2022 locekļi?

4. Lieldienu olas

Lieldienās satikās sešas māsīcas, lai apmainītos ar iepriekšējā vakarā nokrāsotajām olām. Katrai meitenei bija 6 olas un katra no viņām uzdāvināja dažas olas citām (dāvanā saņemtās olas tālāk nedāvināja). Rezultātā viņām visām bija atšķirīgi olu daudzumi. Vai var gadīties, ka katra no māsīcām uzdāvināja citām mazāk olu, nekā viņai pašai bija beigās?

5. Kura komanda uzvarēs?

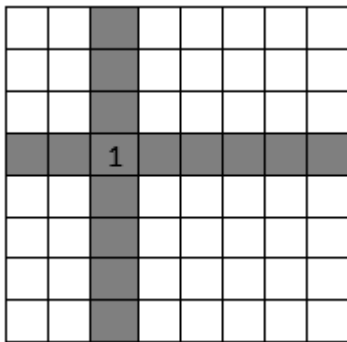
Aplī izvietoti 30 krēsli, un 32 skolēni ir sadalījušies divās komandās, katrā pa 16 skolēniem. Katrai komandai ir astoņas virves un katra no komandām pamīšus veic gājienu. Vienā gājienā divi skolēni no vienas komandas paņem virvi un apsēžas katrs savā krēslā tā, lai viņu virve nekrustotu jau kādu esošu virvi starp citiem diviem skolēniem. Apsēžoties skolēni virvi nostiepj tā, lai tā veidotu taisnu līniju starp abiem skolēniem. Tā komanda, kura nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kura komanda, pirmā (tā, kura sāk spēli) vai otrā, pareizi spēlējot, vienmēr var uzvarēt?

6. Trīsstūra dalīšana

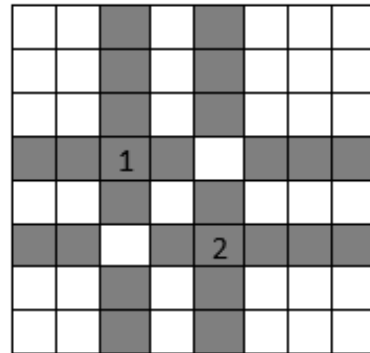
Profesors Cipariņš, darbojoties ar daudzstūriem, veiksmīgi spēja sadalīt patvaļīgu trīsstūri vairākos vienādsānu trīsstūros. Šoreiz viņš vēlas sadalīt vienādmalu trīsstūri piecos dažādos vienādsānu trīsstūros. Vai to var izdarīt?

7. Krustu kvadrāts

Dots 8×8 rūtiņu kvadrāts, kurā katra rūtiņa ir nokrāsota balta. Katrā gājienā var izvēlēties kādu rūtiņu un mainīt tās kolonnas un rindas, kurās atrodas izvēlēta rūtiņa, katras rūtiņas krāsas uz pretējo, t.i., ja tā bija balta, tad uz melnu, un, ja tā bija melna, tad uz baltu. Kāds ir mazākais skaits gājienu, lai sākotnējo balto kvadrātu padarītu melnu? Pirmā un otrā gājiena piemēram skatīt attiecīgi 1. att. un 2. att.



1. att.



2. att.