NNV 14/15 3. nodarbība

3-1. Četrstūrī $ABCD$ ievilkta riņķa līnija ar centru O. Pierādīt, ka $\sphericalangle AOB + \sphericalangle COD = \sphericalangle BOC + \sphericalangle AOD = 180°$.

3-2. Sešstūrī $ABCDEF$ malas AB un DE, kā arī BC un EF ir pa pāriem vienādas un paralēlas. Pierādīt, ka diagonāles AD, BE un CF krustojas vienā punktā.

3-3. Doti seši nogriežņi. Zināms, ka to garumi (centimetros) ir seši dažādi naturāli skaitļi $n_1, n_2, \ldots, n_6$, turklāt

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_6 = 43.$$

Vai noteikti ir iespējams konstruēt četrstūri, kura malas būtu vienādas ar četriem no dotajiem nogriežņiem?

3-4. Pierādīt, ka trapeces sānu malu garumu summa ir lielāka nekā pamatu garumu starpība, bet sānu malu garumu starpība ir mazāka nekā pamatu garumu starpība.

3-5. Taisne, kas iet caur izliekta četrstūra divu pretējo malu viduspunktiem, veido vienādus leņķus ar diagonālēm. Pierādīt, ka četrstūra diagonāles ir vienādas.

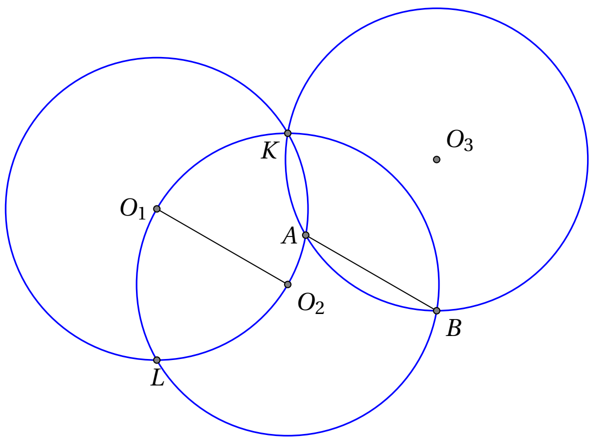
3-6. Izliektā četrstūrī izvēlētas divas pretējās malas; ar A un C apzīmēti to viduspunkti. Ar B un D apzīmēti četrstūra diagonāļu viduspunkti. Zināms, ka nekādi trīs no punktiem A, B, C un D neatrodas uz vienas taisnes.

Pierādīt, ka četrstūris $ABCD$ ir paralelograms.

3-7.

Dota riņķa līnija ω_1 ar centru punktā O_1 un rādiusu R. Uz šīs riņķa līnijas ņemts punkts O_2 un konstruēta riņķa līnija ω_2 ar centru punktā O_2 un rādiusu R. K un L ir šo riņķa līniju kopīgie punkti. Visbeidzot, konstruēta r.l.(O_3, R), kas iet caur punktu K.

Ar A un B apzīmēti riņķa līnijas ω_3 krustpunkti ar ω_1 un ω_2, sk. zīm.:



Pierādīt, ka $AB \parallel O_1O_2$.

3-8. Riņķī ievilkts četrstūris $ABCD$; no tā diagonāļu krustpunkta P vilkti perpendikuli PX, PY, PZ un PT attiecīgi pret četrstūra malām AB, BC, CD un DA. Pierādīt, ka četrstūrī $XYZT$ var ievilkt riņķa līniju.