NNV 15/16 3. nodarbība

3-1. Plaknē doti 2015 punkti; vairāki no šiem punktiem savienoti ar nogriežņiem (katrs novilktais nogrieznis savieno tieši divus dažādus punktus).

Vai ir iespējams, ka katrs no dotajiem 2015 punktiem ir galapunkts tieši 173 nogriežņiem?

3-2. Kādā valstī 100 politiķi gatavojas vēlēšanām. Priekšvēlēšanu periods ilgst 101 dienu, šajā laikā katru dienu katrs politiķis dod ne vairāk kā vienu solījumu.

Priekšvēlēšanu periodam beidzoties, izrādījās, ka katrā no 101 dienām ir dots atšķirīgs solījumu skaits. Vai ir iespējams, ka visiem deputātiem doto solījumu skaits ir viens un tas pats?

3-3. Vienkāršot izteiksmi

$$\left(1\,C_{2015}^{0}+0\,C_{2015}^{1}\right)+\left(3\,C_{2015}^{2}+2\,C_{2015}^{3}\right)+\left(5\,C_{2015}^{4}+4\,C_{2015}^{5}\right)+\left(7\,C_{2015}^{6}+6\,C_{2015}^{7}\right)+\ldots+\left(2015\,C_{2015}^{2014}+2014\,C_{2015}^{2015}\right).$$

3-4. Pierādīt, ka kopa $A=\left\{C_{2015}^{1},\ C_{2015}^{2},\ \ldots,\ C_{2015}^{1007}\right\}$ satur nepāra skaitu nepāra skaitļu!

3-5. Klasē ir 30 skolēni. Katram skolēnam šajā klasē ir pāra skaits draugu (draudzības ir abpusējas – ja A draudzējas ar B, tad arī B draudzējas ar A). Pierādīt, ka klasē noteikti ir (vismaz) divi tādi skolēni, ka viņu kopīgo draugu skaits ir pāra skaitlis!

(Par A un B kopīgajiem draugiem saucam visus tos šīs klases skolēnus, ar kuriem draudzējas gan A, gan B.)