Uzdevumi

1. Doti tādi seši pozitīvi skaitļi a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 un a_6, kam

$$a_1a_4 = a_2a_3 = a_5a_6 = 2017.$$

Kāda ir mazākā iespējamā izteiksmes $(a_1 + a_2 + a_3)(a_4 + a_5 + a_6)$ vērtība?

2. Doti pozitīvi skaitļi x, y, z un t. Pierādīt, ka

$$x^4 + y^4 + z^4 + t^4 + 44xyzt \leq 3(x + y + z + t)(x^3 + y^3 + z^3 + t^3).$$

3. Pierādīt, ka visi pozitīvi skaitļi x, y, z apmierina nevienādību

$$\frac{1}{x + xy} + \frac{1}{y + yz} + \frac{1}{z + zx} \geq \frac{3}{1 + xyz}.$$

4. Pierādīt, ka pozitīviem skaitļiem a, b un c izpildās nevienādība

$$1 \geq \frac{a}{a + \sqrt{(a + b)(a + c)}} + \frac{b}{b + \sqrt{(b + c)(b + a)}} + \frac{c}{c + \sqrt{(c + a)(c + b)}}.$$

5. Pieņemsim, ka a, b, c ir pozitīvi skaitļi, kas apmierina vienādību $abc = 1$. Pierādīt, ka izpildās nevienādība

$$\frac{1}{(a + 1)^2 + (b + 1)^2 - 2b} + \frac{1}{(b + 1)^2 + (c + 1)^2 - 2c} + \frac{1}{(c + 1)^2 + (a + 1)^2 - 2a} \leq \frac{1}{2}.$$